

## Sur l'enseignement des mathématiques dans le second cycle du second degré

*Communication de Mlle, L. FÉLIX,  
Professeur au Lycée La Fontaine, Paris*

Ayant en vue tout particulièrement les grandes classes du second degré, il m'est permis de ne pas insister sur les travaux pratiques, et manipulations physiques puisqu'un enseignement distinct est prévu à ce niveau sans, actuellement, être coordonné au nôtre. En outre, la science mathématique n'est vraiment elle-même qu'au moment privilégié où elle est à égale distance du concret où elle prend sa source et du concret où elle s'applique et justifie son utilité vis-à-vis des autres sciences et arts.

En tant que mathématicien, nous ne devons pas avoir honte d'affirmer que c'est sous cette forme que la mathématique nous paraît la plus belle. Du reste cet aspect abstrait n'est pas le privilège de la science savante : nous savons le reconnaître dans les activités les plus élémentaires et c'est là que les enfants le découvrent.

Un examen de conscience au sujet de l'enseignement montre la disproportion entre le petit nombre de faits à savoir et la terreur justifiée des élèves et de leurs parents. Les mathématiques sont autre chose qu'une liste de faits placés côte à côte. Les choses essentielles sont les structures qui sont autant, si ce n'est plus, des structures mentales que des structures mathématiques.

Je voudrais essayer de préciser ce dialogue entre objets perçus de l'extérieur et structures qui vivent en nous jusqu'à ce qu'elles s'extériorisent en nouveaux objets.

Exemple du petit enfant couvrant d'additions toute une feuille de papier le jeu lui plaît jusqu'à ce qu'il se familiarise avec une structure que nous, mathématiciens, savons décrire (unicité de l'opération, relation d'ordre, commutativité). L'intérêt cesse quand l'addition est devenue un objet, un outil qu'on n'analyse plus, qu'on utilise seulement à l'occasion.

Donc deux stades : 1<sup>o</sup>, découverte et contemplation d'une structure; 2<sup>o</sup> son utilisation comme outil lorsqu'elle est devenue objet. Le professeur doit séparer nettement ces deux stades.

Premier stade. - Acquérir une vision mentale nouvelle.

Le professeur prépare ce travail dans sa classe plus ou moins longuement (des mois quelquefois) mais en général la pleine

lumière apparaît brusquement; c'est un saut brusque à un niveau supérieur.

Deux exemples en classe de quatrième où les réactions des élèves sont encore très naïves et spontanées :

a) Lumière allumée progressivement : initiation à la structure logique d'une démonstration lorsqu'il y a plusieurs pas logiques (usage de tableaux logiques avec double flèche  $\Rightarrow$  indiquant la déduction).

Un jour, une fillette écrit en conclusion « ce qui était incertain est devenu conclusion ». Elle n'a pas conclu relativement à la figure, mais relativement à la structure mentale : c'est bien, pour elle, la véritable découverte.

Ce travail n'est pas achevé, à la même date pour tous les élèves d'une classe. En quatrième et même en troisième, la déduction est un travail mental pour les uns, c'est déjà un outil pour les autres;

b) Exemple d'un bond collectif fait après longue préparation : la structure (le l'addition et de la multiplication étant revue et utilisée depuis trois mois dans l'ensemble des entiers, puis des nombres rationnels absolus, on vient d'introduire les nombres relatifs (positifs et négatifs) sans difficulté pour l'addition. On cherche à inventer une règle de multiplication qui satisfasse aux structures (commutativité, associativité, distributivité sur l'addition, propriété du 0).

Travail collectif en 'une heure. Une fillette conclut « pour la multiplication, +1 est l'élément neutre, -1 est l'élément contrariant ». La structure est acquise.

Deuxième stade. - Suivons l'exemple précédent : retrouvons les élèves la semaine suivante. Pour les uns, la structure est restée vivante, prête à agir. Pour les autres il reste un souvenir vague d'avoir passé une heure agréable la semaine précédente. Espérons qu'il reste aussi un pauvre schéma, tel que celui qui est dans le livre « +par+donne+, +par-donne-etc. » (allusion à la pièce de théâtre La mémoire du coeur).

Nous ferons (les calculs, mais la deuxième catégorie d'élèves dira : « A quoi bon ? cela ne m'amuse plus. A quoi ça sert ? »

Il faut convaincre chacun que l'on a acquis une puissance nouvelle. Chercher un champ d'application même hors du programme : question que l'on n'intègre pas au domaine vraiment exploré mais où l'on accepte des visions intuitives. Ensuite, on devra faire le travail d'entraînement, de fixation, de virtuosité dans l'emploi de l'outil

A ce moment, la structure est comme un mécanisme délicat mis dans une boîte avec prise d'entrée de courant et prise de sortie. Ne plus démonter la boîte! Plus tard, on fera un démontage, une analyse nouvelle si l'on veut perfectionner l'outil.

Tout en faisant fonctionner le mécanisme des divers outils dont l'élève dispose, il faut repartir.

On est en panne de mathématiques. Comment refaire le plein ?

Le professeur doit mettre les élèves devant un nouveau problème : choc psychologique (- film manifestations et observations -) pour qu'un jour la classe inspirée prenne conscience d'une nouvelle structure et fasse un nouveau bond à un niveau supérieur.

Mais, à un certain niveau de culture, les situations problématiques abondent à l'intérieur même des mathématiques et l'appel au concret comme source d'inspiration apparaît moins indispensable : on fera non des dissections en objets et figures mais des dissections en structures à étudier pour elles-mêmes. Donnons un exemple de cette ascension :

- Le dessin montre un objet : des segments parallèles;
- La structure des droites parallèles conduit à l'objet parallélogramme;
- La structure « parallélogramme » est outil pour déplacer des figures;
- La structure des déplacements est outil pour étudier les translations, application de l'espace sur lui-même;
  - L'ensemble des translations est outil pour la définition de la géométrie affine;
  - La géométrie affine est outil pour étudier des structures plus complexes des espaces abstraits...

Ai-je ici perdu de vue les élèves ? Pour certains, que nous disons « non mathématiciens », la motivation extérieure aux mathématiques reste nécessaire - mais l'intérêt n'est plus le même qu'à 10 ou 12 ans. Il faut partir des phénomènes physiques, géographiques, sociologiques, psychologiques, artistiques, suivant les sections. On y trouvera des structures mathématiques que les élèves étudieront à titre d'outils à utiliser. Il faut donc envisager avec soin des programmes pour les sections non scientifiques où les élèves, sans être mathématiciens, ne sont pas des enfants retardés ni des adolescents dépourvus d'intelligence.

En tant que professeur, nous dirons, pour finir, que pour faire apparaître et fixer des structures mentales qui ont besoin de mûrir, pour donner un style de démonstration et d'exposition, un

vocabulaire de mots et symboles; pour faire acquérir aussi un minimum de virtuosité, il nous faut du temps des heures dans la semaine, des mois et des années.

Mais la patience et la conscience professionnelle ne suffisent pas, ni même une certaine dose d'érudition. Comment enseignerons-nous l'essentiel si nous n'avons pas une conscience claire des structures mathématiques? Comment aiderons-nous l'enfant à s'élever dans l'échelle des structures mentales si elles restent, pour nous comme pour lui, inconscientes ?

J'avoue qu'il n'y a pas tant d'années que je ne trouve pas évidentes les structures d'équivalences ou les relations d'ordre sous-entendues partout en mathématiques et que, sans m'indigner ni m'étonner que mes élèves les ignorent, je les leur enseigne.

Si tout ceci est fondé, nous adressant maintenant à un public nombreux et non trié, qu'il nous faut conduire par la main pour qu'il soit en mesure d'utiliser les structures mathématiques dans les techniques les plus diverses, nous devons faire tous ensemble un travail d'adaptation de l'enseignement traditionnel aux conceptions modernes, plus simples et plus puissantes, mieux adaptées aux nécessités du monde où nous vivons.

*Journées d'études L'initiation aux mathématiques: problèmes psycho-pédagogiques". Publié par le Ministère de l'Instruction Publique. journées pédagogiques franco-belge : 9 - 10 - 11 février 1959 Publié dans « Journées D'études 8, L'initiation aux mathématiques » Ministère de l'instruction publique 1959. Bruxelles 1959*