INTRODUCTION et GENERALITES

I - Recherches actuelles sur les difficultés électives en mathématiques chez des enfants de 8 à II ans

I - 0 - Définitions et généralités

Qu'appelle-t-on difficultés électives ?
Ce sont des difficultés qui apparaissent dans un domaine bien précis du savoir scolaire, dans une discipline particulière, sans toutefois atteindre la totalité de celle-ci, et qui ne sont pas la conséquence de troubles intellectuels, affectifs ou psychomoteurs de l'enfant.

Par exemple en français on peut faire quantité de fautes d'orthographe d'usage mais obtenir d'excellents résultats en analyse grammaticale.

De même, en mathématiques, un enfant qui a bien assimilé les mécanismes de la numération peut-être incapable de faire une multiplication correcte.

Lorsque les difficultés se multiplient à l'intérieur d'une discipline sans que les autres ne soient touchées, on parle alors d'échec électif.

En liaison avec une équipe de recherche de l'IREM* nous avons cherché une définition de l'échec électif en mathématiques et nous avons proposé celle qui suit :

On qualifie d'enfants en échec électif en mathématiques des élèves "qui ont des déficits d'acquisition, des difficultés d'apprentissage et/ou un manque de goût prononcé dans le domaine des mathématiques, mais qui réussissent convenablement dans les autres disciplines".

*IREM : Institut de recherches pour l'enseignement des mathématiques

Ces enfants sont capables d'apprendre mais ils échouent dans l'appropriation d'un certain savoir diffusé par le milieu scolaire et particulier à une discipline (les mathématiques en l'occurence) ou à un contenu particulier.

L'apprentissage se déroule normalement dans les autres domaines (lecture, écriture, langage, etc...). Seule l'activité mathématiques est perturbée, ou bien la perturbation est nettement plus importante dans ce domaine.

Cette notion d'échec électif nous parait importante et il serait intéressant de savoir :
- si les enfants qui échouent en mathématiques de façon élective présentent les mêmes symptomes ou les mêmes causes d'échec que ceux qui échouent en français par exemple.
- si leur échec à certaines questions de test est prévisible.
- si ils répondent à un type de comportement déjà observé ou bien s'ils sont différents.

Les recherches actuelles tentent d'évaluer dans quelle mesure les échecs électifs sont ou non spécifiques du sujet et de la matière.

Nous avons dégagé la notion d'échec électif à la suite de la remise en cause de celle de "dyscalculie" dans les précedents mémoires consacrés aux enfants qui échouent en mathématiques.

Différentes définitions de "la dyscaculie" ont été données par plusieurs auteurs, et étudiées par nos camarades en 1976* et nous retiendrons notamment celle de DUGAS et GUILLARME* qui signalent l'existence de difficultés électives. Ils assimilent les enfants dyscalculiques à des "sujets qui, exempts d'une insuffisance intellectuelle globale, présentent une difficulté élective en calcul malgré l'absence de perturbations importantes de leur scolarité (changements fréquents de maîtres, absentéisme important, malmenage pédagogique)".

* Voir Bibliographie.

Il est important de poursuivre les études faites quant à la notion d'échec électif car, face à des enfants en situation d'échec électif en mathématiques, on a l'impression d'une part qu'une action de soutien pourrait apporter des modifications dans leur comportement, leurs rapports avec les mathématiques.

D'autre part, on suppose que les enfants atteignent l'échec total en commençant par une situation d'échec électif. Celle-ci est l'indice d'un trouble plus important et il faut agir à ce moment-là, c'est à dire lorsque l'échec est électif.

I - I-<u>Objectif des différentes recherches qui ont eu lieu</u>

-F,MORAS et Ch. MOLIA (1976)

Le but de leur mémoire, présenté en 1976 était une tentative de définition d'une méthode d'approche susceptible de fournir le maximum de renseignements concernant les troubles de l'enfant en échec en mathématiques.

Elles ont établi un recensement des symptomes révélateurs de l'échec électif (d'après les auteurs qu'elles ont étudiés) et ont procédé à une étude statistique de ces symptomes.

Puis elles ont mis au point une enquête permettant de rechercher les enfants en difficultés et constituant un outil de base pour la suite de l'étude.

-M. BEROCQ-IRIGOIN, M.A. DUPUCH, Ch. FRUCHARD (1977)

Elles ont essayé d'étudier divers moyens de détection d'enfants en difficultés électives en mathématiques par l'intermédiaire de l'institution scolaire, en vue d'analyses statistiques.

Tout d'abord, elles ont essayé une méthode de détection consistant à s'adresser aux orthophonistes en leur demandant si elles s'occupaient d'enfants "dyscalculiques", mais les réponses ont été généralement négatives.

D'autre part, il n'existe pas d'institution spéciale qui étudie ces enfants, donc elles ont considéré l'échec en mathématiques dans son contexte, à savoir l'institution scolaire.

Elles ont ainsi proposé un questionnaire aux maîtres en l'occurence celui qui ~~devait~~ avait ~~être~~ été préconisé par Fl. Moras et Ch. Molia, et qui devait être expérimenté.

Ce questionnaire avait pour but de rassembler une population d'enfants qui pourraient ultérieurement faire l'objet d'observations approfondies.

Sur une population de II04 élèves, ce questionnaire a permis de relever un pourcentage de 5,6% d'échecs en mathématiques (au lieu des 20% déclarés par certains auteurs tels que F.JAULIN-MANNONI) en faisant apparaitre les écarts notables entre français et mathématiques.

Pour apprécier la validité de ce questionnaire, nos camarades ont fait passer des tests d'acquisition scolaires, ou TAS, en français et mathématiques, à un échantillon de la population de II04 élèves étudiée. La comparaison entre les TAS français et les TAS mathématiques pourra elle aussi faire apparaitre une population d'enfants en échec électif réel en mathématiques, et en comparant cette population d'enfants en échec électif avec les 5,6% d'enfants considérés en échecs électif d'après l'appréciation des maîtres, on pourra juger de la validité du questionnaire de base.

Par ailleurs, dans la mesure où l'on peut détecter des enfants en échec électif en mathématiques, il est interessant de faire une analyse approfondie de leurs caractéristiques. On utilise pour cela une méthode clinique d'observation d'un enfant en échec électif et des travaux effectués auprès de cet enfant. Ceci a fait l'objet du fascicule III du mémoire présenté l'an dernier par M.BERROCQ-IRIGOIN, M.A. DUPUCH et Ch.FRUCHARD, mais elles n'ont pu constituer qu'une seule monographie.

I. - 2- Indications sur les recherches parallèles actuelles

Cette année les différents fascicules portent sur :

- L'étude longitudinale de la composition des populations d'enfants en échec électif. Il s'agit de savoir si le pourcentage d'enfants en échec électif se maintient et si, d'une année sur l'autre, ce sont les mêmes enfants qui présentent des difficultés en mathématiques ou bien si ces difficultés disparaissent chez certains et apparaissent chez d'autres.

Cette étude se fait à partir des questionnaires proposés aux maîtres en I977 puis I978

- L'analyse de la fidélité du questionnaire présenté au maître. On mesurera la fidélité en comparant les résultats obtenus à ces questionnaires en janvier I977 et en juin 77

-L'analyse des TAS faits l'an dernier en juin par nos camarades. Cette analyse permettra d'apprécier la validité du questionnaire proposé aux maîtres. Par ailleurs, on comparera les résultats aux TAS (et aux différents tests) avec ce questionnaire, et avec un second questionnaire élaboré cette année, ceci en vue de détecter et caractériser les enfants en difficultés électives.

-L'observation clinique d'enfants choisis pour une action prolongée. Ceci s'inscrit dans le cadre des monographies dont nos camarades ont présenté un exemple l'an dernier.

C'est ce travail que nous nous proposons de poursuivre dans ce fascicule et qu'il faudra également continuer dans les prochaines années, afin de disposer d'un nombre de monographie suffisant pour tirer des conclusions interessantes.

II - Etude de l'intervention auprès d'enfants en difficultés électives

II. - 0 - Objectif des monographies

Les interventions sont effectuées auprès d'enfants présentant des difficultés spécifiques en mathématiques, et notre rôle est de rendre compte des observations qui sont faites, des analyses qui suivent,des conclusions qu'il faut en tirer.

Il y a divers types d'intervention dont :
- le soutien
-l'observation
-l'analyse
qui s'étalent tout au long des séances
-des interveritions plus spécifiques en cours d'entretien qui sont soit :
-des tests destinés à éclairer les difficultés de l'enfant
-des agissements volontaires ayant pour but de provoquer une réaction de la part de l'enfant, de savoir ce qu'il fera face à une situation précise.

II.-I - Choix des enfants

Ces enfants appartiennent à l'école J.M. On a demandé aux instituteurs quels étaient ceux de leurs élèves qui, obtenant des résultats convenables en français et disciplines d'éveil, semblaient échouer électivement en mathématiques. Aidés par le psychologue scolaire qui a tracé un profil psycho-affectif de ces élèves, ils nous ont proposé des enfants qui semblaient le plus en accord avec nos exigences. Un dossier regroupe les résultats scolaires de chaque enfant depuis son entrée à l'école J.M et l'on peut juger avec précision des difficultés qu'il a rencontrées ou qu'il rencontre.

Les parents ayant été prévenus qu'un soutien pédagogique en mathématiques serait apporté à leur enfant (et pour quelles raisons), ont donné leur accord sans difficulté.

II. - 2 - Le soutien

- Conditions de prise de contact

L'enfant est prévenu à l'avance du rendez-vous qui va lui être fixé. Chaque semaine, il aura un entretien d'une heure seul avec le "rééducateur" , ou en présence d'un tiers. Celui-ci en avertit le maître devant l'enfant qui doit sentir qu'il y a une rupture entre la vie scolaire et le soutien pédagogique. Chaque semaine, le "rééducateur" viendra le chercher dans la salle de classe en général à heure et jour fixes.

Lors de la première séance, on demande à l'enfant s'il sait pourquoi il vient, si sa mère lui en a parlé. On parle avec lui du but de sa présence, car il est important qu'il puisse fournir une réponse aux questions qui ne manquerons pas de lui être posées par son entourage. Le soutien ne doit apparaitre ni comme un privilège, ni comme quelque chose d'infammant. Il faut que l'enfant sente que l'on attend quelque chose de lui et que l'action est temporaire.

- Différentes phases du soutien

I) On fait un bilan de la semaine. L'enfant indique les exercices qu'il n'a pas réussi et il peut donner une évaluation sur son travail, du type "Cette semaine, ça n'a pas trop marché..." ou "le maître m'a dit que..." ce qui donne des informations supplémentaires sur l'attitude de l'enfant face à ses échecs.

2) On procède à une étude des erreurs de l'enfant : celui-ci essaie de dire pourquoi il a fait telle erreur et comment il l'explique.

Cette phase de l'action est axée sur l'enfant, sur ses demandes, sur son propre diagnostic quant à son échec. C'est pourquoi il est préférable que l'intervenant ne sache pas à l'avance quels sont les résultats de l'enfant afin que ce soient les dires de l'enfant qui soient interprétés et non les siens.

3) La troisième phase est constituée de jeux et d'exercices que l'on propose à l'enfant et à travers lesquels on essaie de lui faire réemployer, apprendre ou reconnaitre les notions mathématiques qui correspondent aux échecs observés.

4) Enfin on va éventuellement préparer certaines activités à venir pour améliorer les chances de réussir de l'enfant et lui permettre de mieux s'y investir le cas échéant.

Le soutien ne peut pas porter sur la totalité des échecs, par conséquent ne peut pas avoir l'ambition de faire du "rattrapage scolaire", et de plus une part des activités vise davantage à modifier les rapports de l'enfant avec l'apprentissage qu'à combler ses lacunes.

-But :

A court terme, le but du soutien est d'améliorer les résultats scolaires immédiats de l'enfant et de modifier les rapports qu'il entretient avec les mathématiques, ceci afin d'éviter la situation d'échec.

A plus long terme, nous voudrions lui permettre d'évaluer ses capacités et ses difficultés, le rendre plus conscient et responsable afin qu'il soit capable de se prendre en charge dans des situations délicates.

II. - 3 - Les Observations

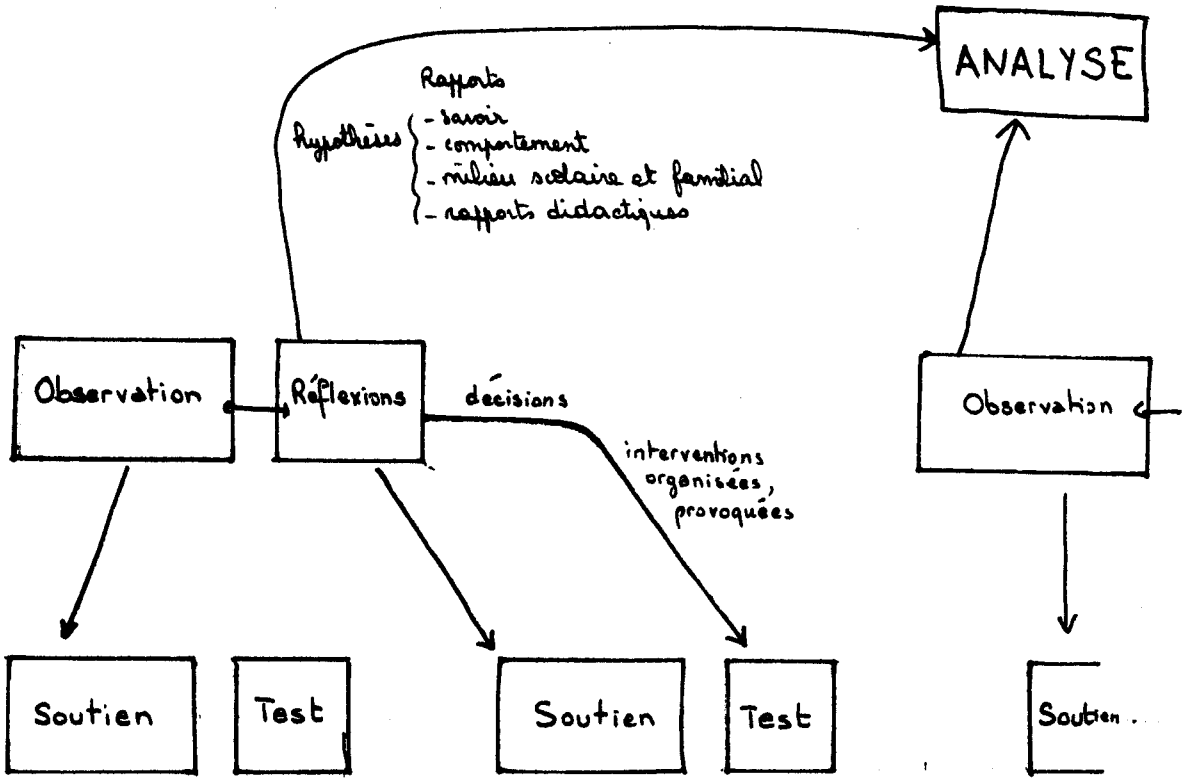
Le soutien est l'occasion pour nous d'analyser les comportements d'un enfant en échec électif en mathématiques.

Grâce à un système de télévision, une équipe formée d'un psychologue scolaire, d'instituteurs, d'orthophonistes et d'étudiants, peut suivre le déroulement des séances dans une salle attenante à celle de l'action, sans que l'enfant s'en rende compte afin de ne pas perturber l'entretien.

Ceci permet à cette équipe d'émettre toute remarque à propos du comportement de l'enfant , des obstacles qu'il rencontre, et chacun peut donner son avis sur l'origine des difficultés.

Après chaque entretien, l'intervenant et l'équipe se réunissent et commentent l'action précédente. Les différents membres procèdent à une analyse du contenu de la séance : agissements de l'enfant, position du maître, évolution de la situation, blocages.

Si l'on schématise la situation, on en comprend plus aisément les différentes phases :



Les réflexions qui accompagnent l'observation, permettent dans un premier temps d'examiner le soutien dans le fond et la forme, et d'envisager une aide pour le soutien suivant.

Parallèlement, on recherche les comportements typiques de l'enfant et leurs causes dans le domaine de la psychologie, de la psychomotricité, du développement mental, des connaissances qu'il a ou qu'il n'a pas, etc...

On émet des hypothèses sur les rapports de l'enfant avec le milieu scolaire et familial, sur ses comportements dans le champ didactique, ses réactions au savoir, à l'intervention du maître ; et on recherche dans la séance des faits les attestant car ce ne sont que des hypothèses à ré-étudier.

Dans un deuxième temps, on décide de préciser ces hypothèses, d'y répondre par des tests, des observations provoquées au cours de la séance de soutien suivante.

On fait une recherche systématique des causes d'échec soit dans les études du comportement (tests psychologiques) soit dans l'analyse du contenu.

Les réflexions conduisent donc à un diagnostic dynamique que l'on cherche àconfirmer au cours des entretiens suivants, à l'aide d'interventions spécifiques, de tests psychologiques et autres, et l'on prépare ainsi progressivement l'analyse.

II - 4 - Analyse du cas

A l'issue de l'ensemble de ces entretiens, on examine les résultats du soutien et on fait un bilan des hypothèses émises au cours des réflexions et qui auront été attestées.

D'autre part on rassemble les renseignements sur la personnalité de l'enfant et ses aptitudes, afin de définir un profil. A partir de ces divers éléments, on essaie de dégager les causes de son échec électif et de les attester par des faits précis. Si l'on estime qu'elles appartiennent au domaine de la didactique, on pourra décider d'une intervention spécifique de soutien.

II - 5 - Les interventions spécifiques de soutien

Lorsque l'on a commencé les séances de soutien, on savait sur quelles notions l'enfant était en échec, mais on n'en connaissait nullement les causes.

A la suite des observations et de l'analyse de son cas, on pense maintenant les connaître et on est en mesure d'envisager une action plus orientée dans le sens de la rééducation. L'idée d'une intervention spécifique présuppose que le soutien ne suffit pas, et qu'il faut soit :

- choisir le genre de notion sur lequel on veut le faire travailler : il convient d'expliquer de manière précise la notion fondamentale qu'il n'a pas comprise pour essayer de le débloquer, de changer son échec en réussite.

- agir sur une nouvelle variable, sur les relations de l'enfant avec le milieu scolaire, les rapports qu'il établit avec ce milieu, la connaissance qu'il en a, tout ce que l'on étudie sous le nom de "contrat didactique".

III - Contrat didactique et échec électif

III - 0 - Introduction

On a des raisons de penser que l'interprétation des activités didactiques, par les élèves,pourrait être une des causes importantes des échecs électifs en mathématiques.

En effet, on suppose qu'à chaque instant les activités d'un enfant "dépendent du sens qu'il donne à la situation qui lui est proposée, et que ce sens dépend beaucoup du résultat des actions répétées du contrat didactique".

Il semble donc que "les révélateurs privilégiés des irrégularités du contrat didactique devraient être les enfants en échec électif : ces enfants sont souvent l'objet

plus que d'autres de sollicitations et de pressions, tant de la part des maîtres que de leurs parents, qui accentuent le caractère conflictuel de leurs rapports avec la connaissance".

Une des hypothèses est que ces enfants ont des difficultés dans les interactions avec le système didactique le savoir, le milieu scolaire et le maître. C'est pourquoi il nous a paru nécessaire d'expliquer en détail les notions de didactique, de situation didactique, contrat didactique et d'en donner des définitions, ce qui permettra aussi de mieux interpréter les observations présentées.

III. - I - Généralités

A) Didactique

Nous qualifierons de didactique le projet social de faire approprier par un élève un savoir constitué ou en voie de constitution.

En général, ce projet social se concrétise par une situation didactique dans laquelle 3 systèmes vont interagir :
- un maître ou un professeur
- un élève
- un milieu

Seules seront de nature didactique celles de ces interactions qui sont spécifiques d'un savoir bien déterminé et plus généralement, d'une discipline.

Les moyens ou les conditions de ces interactions seront qualifiés de didactique:

- par opposition à "non éducatif"

Les relations matérielles, les conditions, les intonations, le style etc... didactiques diffèrent formellement des relations "naturelles de même type dans la mesure où elles témoignent d'une intention de faire apprendre, de faire savoir Par exemple : style didactique, ouvrage didactique.

-par opposition à "pédagogique"

Dans le sens où les interactions sont spécifiques du savoir que l'on veut faire approprier. Par exemple le matériel Dienes est un matériel didactique car il est spécifique de la logique, et c'est un instrument pour l'enseignement de la didactique.

- par opposition à "déterminé par le contenu"

Une condition didactique ne peut-être totalement déterminée par des considérations appartenant entièrement au domaine du savoir enseigné.

Exemple :

Une démonstration d'un théorème n'est pas un objet didactique mais un objet mathématique.

Le choix d'un type de démonstration, parmi plusieurs possibles, pour des raisons de facilitation de l'apprentissage du théorème est du domaine de la didactique.

B) Situation didactique

A un instant donné, la situation didactique peut être décrite comme un état des relations, entre les 3 systèmes (professeur ou maître, élève, milieu), relatives à un savoir particulier.

Le plus souvent le maître choisit et organise des relations entre l'élève et son environnement (dont il fait lui-même partie). Il présente par exemple à l'élève un ensemble d'objets, d'informations, de questions tirées d'un énoncé, qui vont, pendant un certain temps, être les seules choses dont l'élève est censé s'occuper et qui vont fonctionner pour lui comme un milieu.

Nous appellerons ce milieu réduit contenant des informations, des objets,des relations, dont il doit s'occuper et dont il doit déduire un comportement, la situation mathématique.

Il faut distinguer la situation didactique de la situation présentée à l'élève. La première comprend la seconde augmentée de l'ensemble des relations tissées par le maître, avec l'élève et avec le savoir.

Exemple :

Il est très difficile de décrire une situation didactique dans le détail car il faudrait énumérer l'ensemble des stimuli émis intentionnellement ou non par l'ensemble des trois systèmes ci-dessus et leurs états, c'est-à-dire leurs potentialités de réponses.

La description des situations didactiques consistera le plus souvent à choisir seulement une infime partie de ce genre d'informations (consignes du maître, informations données, intentions de l'élève, etc...) au début de l'activité didactique (situation initiale), puis à découper le temps de cette activité didactique en étapes et à indiquer, seulement entre deux étapes, les modifications pertinentes attestées ou observées, et les faits significatifs : actions,informations nouvelles, etc...

C) Le contrat didactique

Dans certains cas on peut simplifier suffisamment le déroulement d'une activité didactique pour la présenter comme suite d'échanges, d'informations, d'ordres, etc... et de changements d'états, c'est-à-dire de dispositions à répondre d'une manière ou d'une autre entre les trois systèmes.

Dans ces cas-là, on peut essayer de classer les échanges suivant qu'ils modifient ou non les règles auxquelles obéissent le maître et l'élève dans leurs actions réciproques.

Toute information ou tout apprentissage modifie les règles auxquelles obéissent les systèmes, mais on peut cependant établir des différences entre les règles générales d'action qui portent sur des interactions stables et assez générales (comme par exemple, communiquer le projet du maître, indiquer les objectifs proposés, suggérer les décisions permises, indiquer le champ des actions parmi lesquelles il faut choisir les variables qui commandent l'activité de l'élève) et des régles moins stables : comment manifester que l'on sait, que l'on comprend, que l'on a appris, que l'on demmande tel type d'information, etc...

Les interactions fonctionnent suivant des conventtions établies, soit explicitement,soit par un accord tacite entre le maître et l'élève.

On peut admettre que par exemple, parmi les évènements qui surviennent à l'enfant au cours de l'activité didactique, certains sont acceptés par lui (qu'ils modifient ou non son savoir) comme conformes au contrat didactique. D'autres, au contraire, le surprennent dans le sens qu'ils témoignent d'un changement de conventions ou d'un désaccord entre les attentes du maître et l'élève.

Exemple de contrat didactique implicite

Chaque jour le maître propose un problème qui donne lieu à une opération, laquelle permet de fournir une réponse.

Un jour, le maître propose deux énoncés conduisant à la même réponse. Le maître constate un désaccord entre ce qu'il attendait et ce qui s'est produit : il attendait une seule opération, juste ou fausse, et deux réponses utilisant le même nombre, l'enfant fournit deux opérations identiques Le maître demande :

- As-tu remarqué quelque chose ?
- Oui le résultat est le même
- Est-ce que tu avais remarqué avant de faire la deuxième opération ?
- Oui
- Alors pourquoi as-tu refait une deuxième opération ?
- Parce que c'était le deuxième problème.

Il est clair que, pour l'enfant, résoudre un problème c'est fournir une opération et un résultat, même si la réponse est évidente ou l'opération déjà faite. C'est une obligation formelle, cela tient à l'idée qu'il se fait de ce qu'est un problème et, plus généralement, à ses rapports avec le maître : il doit fournir une réponse conforme à l'attente du maître, de préférence une réponse qui lui parait convenable.

Nous avons mis en évidence l'existence d'un contrat didactique en donnant l'exemple d'un désaccord entre la lecture de ce contrat par le maître et celle par l'élève.

C'est à l'occasion d'une rupture de contrat, fortuite ou volontaire, et des réactions que cela provoque, que l'on peut mettre en évidence son existence.

La distinction entre activité didactique et contrat didactique peut être décrite de façon précise, en interprétant les processus didactiques comme un jeu entre deux (le maître et l'élève) ou trois joueurs. Le jeu se joue selon des règles qui sont définies par le contrat didactique, les évènements didactique étant les divers coups du jeu.

Dans la réalité, les règles changent car il n'est pas possible à l'élève d'apprendre toutes les mathématiques à l'aide d'un seul système de règles. On peut de la même manière, considérer que les relations de l'élève avec le milieu, en dehors des situations didactiques, sont régies par un système du même type, en interprétant les notions d'assimilation et d'accomodation de la manière suivante : le sujet interprète le milieu suivant des schémas ou des modèles qui lui permettent d'investir des situations nouvelles, et d'y répondre en appliquant le modèle comme un système de règles. L'assimilation est comparable aux coups du jeu qui font avancer le joueur, et l'accomodation à un changement de règles.

La distinction entre les activités conformes au contrat et les activités de révision du contrat , n'est pas toujours facile à établir. Néanmoins, de façon générale les activités portant sur le contrat didactique ont pour but de préciser les positions réciproques du maître et de l'élève, la signification profonde de l'action en cours de formulation ou des explications fournies : "que faut-il savoir? Aquoi voit-on que l'on a réussi ? Qu'est-ce qu'il fallait savoir pour réussir ? Qu'est-ce qu'il faut dire ?

Qu'est-ce qu'on aurait pu faire d'autre ? Qu'est-ce qui aurait été une erreur ? Qu'est-ce qu'il faut apprendre, comment apprendre, comment se rappeler .....?

C'est le contrat didactique qui fixe explicitement le rôle de la connaissance, de l'apprentissage, de la mémoire etc.. Il est la règle du décodage de l'activité didactique par laquelle passent les apprentissages scolaires.

D) Contrat didactique et échec électif

Il s'agit de savoir si les enfants en échec électif sont sensibles à des modifications du contrat didactique portant sur les points de désaccord (entre l'élève et le système éducatif) dans l'interprétation des faits didactiques.

Notre recherche consistera par conséquent à étudier l'effet des variations du contrat didactique sur le comportement face aux mathématiques des enfants en échec électif, et l'effet sur leurs résultats scolaires directs.

Ceci nous renvoie à l'analyse qui sera faite d'une part à propos des difficultés des enfants, et d'autre part de l'évolution de ces difficultés, qui font suite aux modifications du contrat.

Nous présentons donc deux monographies d'enfants en échec électif en mathématiques.

DISCUSSION et CONCLUSION GENERALE

Notre objectif initial était dans un premier temps d'étudier le comportement des enfants en échec électif en mathématiques et de rechercher le type de difficultés qu'ils rencontrent, pour essayer de tracer un profil dont pourraient se rapprocher les enfants qui sont dans cette situation d'échec.

En ce qui concerne le comportement des enfants, Gaël et Patrick n'ont pas la même attitude face aux mathématiques et à l'intervenant.

Si Gaël semblait intéressé par les recherches, enthousiaste et vivant pendant les entretiens, bavard avec GB., soucieux de réussir et fier d'être l'objet d'un soutien, Patrick, par contre, restait passif. Il exécutait un exercice sans commentaire et désirait surtout réussir "pour qu'on le laisse tranquille". Il n'attendait pas la séance avec impatience, mais n'a jamais, toutefois, refusé de venir.

Dans les difficultés constatées, nous avons retrouvé chez les deux enfants des perturbations au niveau de la numération, de leur capacité à être sûrs d'eux-mêmes et de ce qu'ils avancent et également au niveau du rapport au réel.

Dans un deuxième temps, nous avons cherché à évaluer l'effet des modifications du contrat didactique sur le comportement des enfants en échec et sur l'évolution de leurs difficultés.

On se rend compte que l'élément majeur dans les modifications possibles est l'attitude du maître vis-à-vis de l'enfant, la relation qu'il établit avec lui et la façon dont il lui parle (intonation, syntaxe)

Ceci a eu un effet remarquable sur Gaël qui considérait GB. comme un "copain" avec lequel il avait plaisir à travailler : il n'hésitait pas à lui faire part de ce qui l'ennuyait ou ce qui l'amusait, et l'atmosphère généralement détendue qui régnait lors des entretiens semble l'avoir réconcilié avec les mathématiques, lui avoir donné le goût de l'effort.

Pour Patrick, le changement n'a pas été aussi retentissant. Il est resté longtemps distant, lointain vis-à-vis de MC. puis petit à petit, est devenu plus confiant, lui a parlé des difficultés qu'il avait rencontrées dans la semaine, il a montré lui-même les exercices faits en classe et est allé jusqu'à raconter certains épisodes de ses vacances.

L'attitude du maître dans la relation avec l'enfant est un facteur qu'il est facile d'analyser car ou peut la faire varier aisément et contrôler directement ses effets.

Par contre, il est encore difficile de juger de l'influence d'autres modifications portant par exemple sur la succession des activités d'apprentissages (assouplir le programme d'action en fonction des signes de compréhension manifestés par l'élève) ou portant sur les méthodes d'enseignement, sur les sanctions possibles pour évaluer le travail de l'élève, etc...

En effet, les réactions des deux enfants ne permettent pas d'apprécier véritablement l'effet qu'auront ces modifications sur les enfants en échec électif en mathématiques.

Il nous est donc difficile de conclure à partir de deux monographies, car nous ne disposons pas d'éléments de comparaison en quantité suffisante. Il faudra par conséquent réunir plusieurs études d'enfants avant d'être en mesure d'identifier des types de difficultés et d'attitude caractéristiques de l'échec électif, et avant de pouvoir analyser avec précision les effets des modifications du contrat didactique sur une population plus importante.

BIBLIOGRAPHIE

- DUGAS et GUILLARME (I970)

"Introduction à l'étude des difficultés en calcul chez l'enfant"

Revue de neuropsychiatrie infantile - I970 -N° I -2

Résumé : Partant d'un ensemble de sujets dont l'inefficience en calcul est évidente, DUGAS et GUILLARME ont cherché à individualiser un ou plusieurs syndromes caractéristiques. Les sujets observés étaient exempts d'une insuffisance intellectuelle globale et présentaient une difficulté élective en calcul, malgré l'absence de perturbation importantes dans leur scolarité.

- Hasaerts Van GERTRUYDEN (I970)

"Dyscalculie d'évolution"

Revue de neuropsychiatrie infantile - I970 N°I8 - I-2

Résumé : Etude de 5cas de dyscalculie d'évolution chez des enfants normalement doués, centrée surtout sur le problème de la fonction de calcul et la notion de nombre : mise en évidence des difficultés à acquérir la notion de calcul, difficultés existant dès l'élaboration de la notion de nombre et persistant durant tout l'apprentissage scolaire, alors que d'autres fonctions telles que la lecture et l'écriture s'acquièrent normalement.

- Francine JAULIN-MANNONI (I975)

"Le pourquoi en mathématiques"

Résumé : Analyse de la notion d'évidence dans l'activité mathématique. Se fondant sur son expérience d'enseignante clinicienne, l'auteur montre que la pensée logico-mathématique ne peut être que très partiellement consciente d'elle-même. Puis elle critique la réforme de l'enseignement des mathématiques, justifiée certes, mais dont il faut bien établir le constat d'échec selon elle. La seconde partie est consacrée à l'étude de la commutativité de la multiplication.

- LAFFON (I963)

"Vocabulaire de psycho-pédagogie et de psychiatrie de l'enfant" Paris-P.U.F I963

- Fl. MORAS et Ch. MOLIA (I976)

"Etude des échecs en mathématiques au niveau élémentaire à travers quelques articles relatifs à la dyscalculie"

Résumé : Il s'agit d'une étude bibliographique tendant à cerner la notion de "dyscalculie" (définition, sémiologie) à partir d'informations recueillies dans la littérature.

Tentative de définition d'une méthode d'approche susceptible de fournir le maximum de renseignements concernant ces troubles de l'enfant en échec en mathématiques.

- M. BERROCQ-IRIGOIN, M.A. DUPUCH, Ch. FRUCHARD (I977)

"Etude de divers moyens de détection des enfants en difficultés électives en mathématiques par l'intermédiaire de l'institution scolaire, en vue d'analyses statistiques"

Fascicule I

Résumé : Etude d'un questionnaire proposé aux maîtres en tant que moyen de détection des enfants ayant des difficultés électives en mathématiques.

Cette étude est suivie de la comparaison entre les réponses à ce questionnaire et les résultats aux T.A.S (Tests d'Acquisitions scolaires) obtenus par un échantillon de la population des écoliers, pour apprécier la validité du questionnaire.

Nos camarades ont fait ensuite une comparaison des résultats scolaires de 1976-77 obtenus par des enfants de deux classes de CE I, avec les résultats obtenus par ces mêmes enfants aux TAS passés en fin de cette même année scolaire ; ceci afin d'estimer la validité des TAS.

Fascicule 2

Résumé : Elaboration d'un questionnaire à proposer aux orthophonistes.

Compte-rendu de résultats antérieurs sur les origines affectives des échecs en mathématiques, et leur rapport avec les résultats du bilan orthophonique. Ceci est fait à partir d'un mémoire présenté à Lyon en 1975 et dont une nouvelle analyse des données est faite dans ce fascicule.

Etude d'épreuves en vue de la création d'un test diagnostic (Tours d'Hanoï)

Etude d'un questionnaire relatif aux enfants en échec électif en mathématiques.

Fascicule 3

Monographie d'une enfant en difficultés électives en mathématiques, suivie de l'étude d'une rééducation faite par Francine JAULIN-MANNONI.

Jean PIAGET (1966) "L'image mentale chez l'enfant"
P.U.F. 1966

L’ENFANT GAËL

I - CORPUS.

I.I - Renseignements remarquables.

Né le 24 Juillet 1969, Gaël est âgé de 8 ans ½ lorsque nous faisons sa connaissance. Il redouble son C E I à l'école J.M.

Les institutrices nous l'ont signalé car il entre dans la catégorie des enfants que nous souhaitons observer en ce sens qu'il est en échec électif en mathématiques : c'est un enfant éveillé, intelligent dont les résultats en français et disciplines d'éveil sont très corrects mais qui obtient des résultats très faibles en mathématiques.

Il semble que ces difficultés se situent surtout au niveau de la représentation, du rapport au réel et des notions relatives à la numération, ce que nous détaillons dans le chapitre III.

En ce qui concerne les renseignements plus précis sur le comportement et le caractère de l'enfant, un entretien avec les parents a eu lieu mais nous n'avons pas pu en avoir le compte-rendu.

I.2 - Comportement et résultats scolaires de l'année 76-77

I.2. -0- Généralités

L'école J.M. est un établissement expérimental dans lequel fonctionne un groupe rattaché à l'IREM* de Bordeaux. Les instituteurs participent à cette observation et de ce fait doivent se ménager des temps libres, ce qui a nécessité un fonctionnement spécial de leur équipe, à savoir un enseignement dispensé par trois instituteurs pour 2 classes de même niveau ou de niveau différent, ceux-ci assurant une rotation permanente et chacun reprenant une leçon à l'endroit où le précédent l'a laissée.

Dans cette école, la multiplication est présentée sous une forme différente de la méthode traditionnelle. Par exemple, pour faire le produit 4I × 26 , on apprend aux élèves à décomposer les nombres 40 + I , 20 + 6 et à les mettre en tableau, afin de réaliser les produits partiels :

40 × 20
40 × 6
20 × I
6 × I

	40	I
20		
6		

puis ils additionnent les différents produits pour obtenir le résultat final. Cette méthode se révèle très efficace moins coûteuse que la méthode traditionnelle car l'algorithme est plus simple et les enfants font moins d'erreurs.

Pour connaître plus amplement Gaël nous avons contacté l'une des institutrices qui se consacrent à la classe dans laquelle il se trouve, et nous lui avons demandé quels étaient le comportement et les résultats scolaires de celui-ci.

* IREM : Institut de Recherches pour l'Enseignement des Mathématiques.

I.2. - I - Comportement en classe

Lors de sa première année de C E I, Gaël réagissait comme un tout petit enfant (peut-être parce qu'il est le dernier enfant dans la fratrie) et perturbait la classe. Il ne semblait pas toujours très interressé par ce que l'on disait et s'amusait.

En mathématiques pourtant, lorsqu'il y avait quelquechose de nouveau à découvrir, il était souvent le premier à trouver, celui qui tout d'un coup avait "l'éclair" et permettait à la classe de progresser. Mais il ne savait pas reprendre cela à son propre compte, et lorsqu'on abordait le sujet individuellement avec lui, il ne savait plus rien.

I.2. - 2 - Résultats scolaires.

I) Mathématiques : Numération

- de nombreuses erreurs en dictée de nombres : il écrit 63I au lieu de 73 . Dans cet exemple, il y a donc deux erreurs d'une part la décomposition de 73 en 60 - I3 qu'il écrirait 6I3 selon le même prodédé qui permet d'écrire 64 par exemple, et d'autre part l'inversion de I3 en 3I.

- Erreurs de décomposition : 845 = 80 + 4 + 5

- Calcul numérique

- Maîtrise relative des algorithmes mais de nombreuses erreurs qui tiennent toutes à des mécanismes d'inversion.

Par exemple : dans l'addition, s'il trouve 2I il pose 2 et retient I

dans la multiplication, il inverse les chiffres et pour écrire 935 ×48 il écrit 539 × 48

dans le quadrillage pour les produits partiels il inverse les cases 24 × 35

	30	5
4		
20		

ou

	30	4
20		
5		

- D'autres inversions dans le calcul en bases autres que la base IO . Par exemple $(42)_6$ il fait 6 paquets de 4 et 2 éléments isolés.

- Inversion des notions intérieur et extérieur : défaut d'orientation des chiffres : ƨ ...ε...

- Démarche de la pensée

On retrouve généralement une difficulté à passer d'un modèle à un autre. L'enfant adopte une stratégie nouvelle tout en gardant des résidus de la stratégie précédente, ce qui rend la nouvelle extrêmement coûteuse (complexité et risque d'erreurs accrus).

Par exemple, pour résoudre une situation telle que "combien y a-t-il de bouteilles dans 22 caisses de I8" il commence par figurer I8 objets, écrit ensuite I8 à la

place de la représentation avant de finir par poser une opération.

- même chose pour 40 × 3 :

On pourrait faire l'hypothèse d'une inertie, d'une prépondérance de l'aspect figuratif qui freine et perturbe le passage à l'opératoire.

2) Français :

Il obtient de bons résultats dans l'ensemble, avec cependant quelques difficultés en orthographe dues surtout à un problème de mémoire car il ne retient pas les mots que l'on demande à la classe d'apprendre.

I.3 - Dossier psychologique

I.3. - I - Niveau intellectuel

(A) WISC

Les résultats obtenus par l'enfant sont les suivants :

Verbal		Performance	
Info	: 8	Compl. d'images	: 9
Comp.	: I2	Arr. d'images	: I2
Arit.	: II	Cubes	: IO
Simi.	: IO	Assemb. d'objets	: II
Vocab.	: 9	Code	: 8
Total	: 50	Total	: 50
QI	:IOI	QI	: I02

QIE : IOI

(Mémoire des chiffres : I5)

Information : De nombreuses lacunes en ce qui concerne des connaissances d'ordre général (il ne connait pas les mois ni les saisons ne sait pas combien il y a de jours dans la semaine, etc...). On retrouve là l'indice des difficultés qu'a l'enfant à sortir de son monde propre et à s'intéresser au monde ambiant

Compréhension : Ici par contre une bonne adaptation l'enfant est détendu et sûr de lui, on sait combien l'attachement aux normes parentales et sociales est fort chez Gaël.

Arithmétique : Bonne prestation. Il réussit sans peine et semble prendre du plaisir au calcul mental. Il ne rencontre pas de difficultés au niveau du raisonnement.

Similitudes : On retrouve à cette épreuve un comportement bien connu : soudain l'absence, la non compréhension survenant là où on ne l'attend pas. Ces échecs inattendus sont à mettre en relation avec les blocages (prenant la forme d'états fusionnels) déjà rencontrés lors des séances de rééducation et tenant, semble-t-il au caractère particulier des objets en question.

Vocabulaire : Le niveau est légèrement inférieur (même observation que pour l'épreuve d'information).

Complétement d'images : niveau normal.

Arrangement d'images : résultats très nettement supérieurs il est très motivé durant l'épreuve. Sureté et maîtrise caractérisent cette épreuve. Il verbalise beaucoup et est capable d'autocritique (réajustement nombreux). Ici aussi apparait nettement la bonne efficience de l'enfant sur le plan logique, et plus précisément sa capacité à saisir une situation dans son ensemble par une construction à partir de l'analyse des parties (Cf. le Rorschach).

Cubes : L'efficience réelle serait plus élevée que ne le laisse paraitre un score par ailleurs normal. Etant donné d'une part des erreurs partielles d'orientation d'autre part un échec massif à l'épreuve 3 (échec peu compréhensible là aussi puisque d'autres épreuves plus difficiles ont réussi), d'une façon générale l'enfant ne fait pas ses constructions au hasard, on le sent guidé par une image directrice.

Assemblage d'objets : Epreuve très bien acceptée et réussie. Mais la motivation de l'enfant n'est pas étonnante : il s'agit de reconstituer un objet en un

tout et chez Gaël cette activité (du fait de sa dimension fantasmatique) est très fortement investie.

Code : Résultats inférieurs. La stratégie mise en jeu est assez archaïque, l'enfant se référant au modèle à chaque fois. Il ne mémorise pas et est peu assuré (gestes saccadés, tension, soliloque).

Mémoire de chiffres : Les résultats ne comptent pas dans le calcul du Q I . L'épreuve est remarquablement réussie (Gaël a le niveau de performance d'un enfant de IO ans), ce qui laisse supposer :
I) une absence de déficit mnésique
2) la bonne qualité des images mentales reproductrices
3) l'absence de blocage associé aux manipulations de nombres (Cf. l'épreuve arithmétique).

-Conclusion du WISC :

L'éfficience intellectuelle de l'enfant apparait donc normale. On peut remarquer également l'homogénéité des scores obtenus entre les différents subtests, ainsi que la similitude des Q I verbal et performance. Pas de déficits particuliers ni de scores très au-dessus de la moyenne.

Donc, au niveau clinique, on ne peut imputer une déficience spécifique portant sur un type d'activité particulier. Ce que nous avons pu remarquer c'est une plus ou moins grande part de motivation chez l'enfant en fonction de l'activité d'une part, et des "trous" inattendus dans les performances d'autre part. Mais ce que nous savons déjà sur l'enfant tend à confirmer qu'il s'agit beaucoup plus de phénomènes en rapport avec la dimension symbolique de l'objet ou de la situation en question que de l'effet d'une déficience soudaine sur le plan cognitif. Tout ceci a pu d'ailleurs être mis à jour très nettement par les épreuves projectives.

(B) FIGURE de REY

Principe :

On présente à l'enfant une structure géométrique

complexe (assemblage de triangles, rectangles, obliques et formes diverses). Il doit la reproduire en copie, en un temps illimité s'il le désire, et on lui donne un crayon de couleur différente dès qu'il change de structure. Il doit ensuite reproduire la figure de mémoire. Ce test permet d'apprécier la structuration spatiale,mais également les troubles des perceptions visuelles et la mémoire, ainsi que l'un par rapport à l'autre.

Production de l'enfant :

- Copie : Le type de copie est très élaboré : il commence par dessiner le grand rectangle central, par rapport auquel les autres éléments de la figure sont groupés.

La copie est précise et riche, exécutée dans un temps normal.
Centile : 90

- De mémoire : La reproduction de mémoire est supérieure. Il y a autant de précision et de richesse que pour la copie, le travail est rapide et sûr.
Centile : 80

(C) Epreuve de PIAGET sur la représentation imagée

Un certain nombre de difficultés rencontrés par l'enfant lors des séances de soutien (Cf. compte-rendus) pouvait faire penser à un déficit sur le plan du raisonnement opératoire. Ceci a été infirmé par les résultats aux épreuves portant sur les notions de conservation, les seriations, les classifications, les inclusions, les structures numériques.

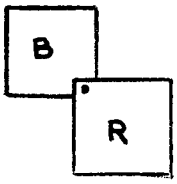
Le niveau est en effet homogène et conforme aux performances normales d'un enfant de cet âge.

En reprenant la distinction entre les aspects figuratifs et opératifs de l'intelligence, nous avons alors fait l'hypothèse que le déficit portait non pas sur les structures opératoires mais sur les représentations imagées. L'enfant pouvait rencontrer des difficultés au niveau de l'intériorisation des actions sous formes d'images mentales.

Ainsi il pouvait être peu capable de se représenter des manipulations d'objets faites par lui ou le rééducateur en l'absence de ces objets. Il y aurait donc une carence au niveau de l'utilisation des signifiants (des symbolisants). Les difficultés de l'enfant seraient liées à des troubles de la fonction sémiotique.

Afin d'analyser les possibilités de l'enfant au niveau de la construction des images mentales, nous avons utilisé l'épreuve de Piaget sur la rotation du carré (Piaget "L'image mentale chez l'enfant" p.I32*)

L'épreuve consiste à représenter les déplacements d'un carré rouge pivotant autour d'un axe par rapport à un autre carré bleu fixe en anticipant les différentes positions.



On demande à l'enfant d'imaginer les positions qu'occupera le carré rouge si on le pousse peu à peu, et de les déssiner. On laisse chaque fois sous les yeux de l'enfant le dessin qu'il vient de faire mais en écartant les précédents.

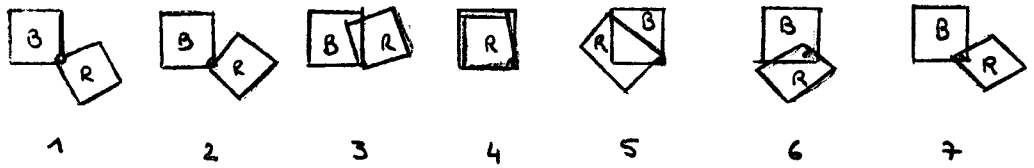
<u>Résultats statiques de PIAGET</u> :

Ils portent sur :	Réussites à l'âge de8ans
A - La position du carré bleu	I00 %
B - La forme invariante du carré bleu	70 %
C - La fixité du centre de pivotement	40 %
R_I- Position oblique du carré R avant 90°	60 %
R_2- Recouvrement du carré B par le R	40 %
R_3- Position oblique du R entre 270° et 360°	30 %
Réussite totale	30 %

*PIAGET : "L'image mentale chez l'enfant" PUF I966

Résultats de l'enfant

Gaël semble n'éprouver aucune difficulté. Il marque peu d'hésitation et commet une seule erreur, rapidement corrigée(3).



Par rapport aux résultats indiqués par PIAGET, les possibilités de l'enfant se situent à un niveau supérieur à la normale. A travers cette épreuve, il n'apparait pas, bien au contraire d'indices de difficultés rencontrées par l'enfant dans la construction d'images mentales.

I.3. -2- Affectivité

(A) RORSCHACH

Principe : Il s'agit d'un test projectif qui consiste à présenter à l'enfant un matériel non structuré composé de planches sur lesquelles il y a des tâches d'encres de formes différentes. Pour chaque planche, on demande à l'enfant de raconter "ce que cela pourrait être".

Conclusions de l'épreuve passée par Gaël

C'est un enfant bien adapté socialement au niveau des actions quotidiennes,des relations habituelles. Il s'y montre à l'aise et conforme à ce que l'on attend de lui, réaliste et rapide, sans aucune tendance à l'opposition ou au repliement.

Cette adaptabilité est cependant mise en échec quand l'implication devient trop importante et où la relation interpersonnelle exige l'expression de sentiments plus intimes. L'anxiété surgit et provoque des réactions stupureuses plus ou moins durables.

On retrouve généralement à différents niveaux ce mode d'appréhension de la réalité et ce comportement.

Face à une situation nouvelle qui ne présente pas de stress particuliers, l'adaptabilité est de bonne qualité ; l'enfant est capable d'activité méthodique et peut faire preuve d'une efficience intellectuelle satisfaisante,

avec cependant une tendance très marquée (glischroïdique) à s'attacher d'abord aux éléments. Il s'agit toujours d'une démarche inductive qui n'envisage l'ensemble qu'après avoir analysé les détails.

Parfois l'enfant en reste au morcellement mais est souvent capable d'élaboration structurale ou combinatoire de bonne qualité pour cet âge.

Conjointement à cette bonne adaptabilité et cette efficience dans les situations non stressantes, on trouve toujours en effet la tendance glischroïdique au besoin de soutien et d'appui protecteur qui se manifeste de multiples façons, dans la focalisation sur les détails, mais également dans une situation généralisée d'adhédion (de "collage") aux choses et aux êtres (difficultés à se séparer, à prendre du champ par rapport aux objets matériels, à passer d'une situation à l'autre, à prendre du recul par rapport à l'interlocuteur).

Mais cette adaptabilité est radicalement mise en échec au sein d'une situation qui présente quelque danger ou menace (perception de l'agressivité chez autrui), il trébuche assez lourdement.

La situation est vécue comme menace d'écrasement du moi et l'enfant perd toute contenance. Face à un objet anxiogène quel qu'il soit, l'affrontement n'est pas possible et il perd tous ses moyens.

Par contre dès que la situation stressante s'estompe alors, l'action redevient de qualité.

A un niveau d'investigation plus particulier, on retrouve le paradigme de l'objet anxiogène pour l'enfant. Il s'agit pour Gaël de tout ce qui a trait à la sexualité des parents et plus particulièrement au fantasme de la scène primitive conçue sur le mode d'une agressivité mortifère entrainant chez l'enfant une intense angoisse d'anéantissement et des comportements de stupeur et de confusion au niveau idéatoire.

En résumé, c'est un enfant dont les possibilités adaptatives, tant sociales qu'intellectuelles, pour bonnes qu'elles soient, restent toujours fragiles.

L'immaturité affective fait que la sensibilité à l'atmosphère de la situation est excessive (il peut passer brusquement de la gaité à une grande morosité selon ce que fera l'interlocuteur).

D'autre part, les tendances glischroïdiques très marquées imprègnent la démarche intellectuelle (peu porté à théoriser, adhésivité aux détails et aux objets concrets mais aussi rêvasserie). Reste enfin cette extrême fragilité face à des situations perçues comme agressives et débouchant sur le désarroi et l'incapacité de faire face.

(B) C.A.T (Children Apperception Test)

Principe : L'épreuve consiste en une série de dessins mettant en scène des animaux représentés dans des situations humaines. On demande au sujet de raconter ce que le dessin représente, ce qui s'est passé auparavant pour amener à la situation présente, et enfin ce que sera la conclusion de cette histoire.

L'hypothèse sur laquelle repose le test est que le sujet s'identifie avec le personnage principal de chaque histoire qu'il raconte et que ce personnage possède les attitudes, les motis et les émotions du sujet, et que son comportement est celui qu'aurait le sujet dans une situation analogue.

Résultats de Gaël : On retrouve dans le C.A.T. les mêmes processus que ceux mis en oeuvre dans le Rorschach. Durant les quatres premières planches, le récit de l'enfant reflète une très bonne adaptation à la situation l'élaboration est bonne et de bonne qualité.

Il construit une histoire plausible à partir de perceptions rationnelles, sans omission ni fausse perception ; les banalités sont normalement présentées les scènes frappent par leur clarté, et la logique des

actions et de leur enchaînement. D'autre part, aucun élément effrayant ou morbide n'apparait. C'est le protocole type d'un enfant intelligent et bien adapté à la réalité.

Mais la planche V entraine le phénomène de stupeur identique au choc sexuel de la planche VI du Rorschach. Dés lors, tout ce qui faisait la valeur des interprétations précédentes disparaît.L'élaboration devient impossible, l'enfant ne peut plus donner de réponses ou bien celles-ci sont confuses, contradictoires. Les perceptions sont fragmentaires, aberrantes. D'autre part les détails cruels ou dramatiques apparaissent.

Cette planche évoque la chambre des parents et réactive, semble-t-il, le fantasme de la scène primitive. Au delà de la stupeur et de l'égarement, les mécanismes de défense mis en jeu sont très archaïques : la réalité du père est niée, la mère est vue couchée dans le berceau avec le bébé. Quant au lit conjugal, il est vu comme étant le lit des deux autres enfants. Gaël associe alors une image de violence : les vitres vont se casser "en mille morceaux" et tomber dans le berceau, qui contient maintenant le père et la mère.

Le choc se renouvelle à la planche suivante. La structure est la même, le couple parental dort dans une grotte, l'enfant est un peu à l'écart. Gaël recommence à nier la réalité du père en voyant dans le couple "maman ours et bébé ours", il rectifie ensuite , mais alors les parents vont sortir "et il y a le loup".

A la planche VIII le père est mort (mangé par le loup) et l'enfant va tout raconter à sa mère.

L'évocation de la scène primitive se retrouve dans la planche IX : le petit lapin est brusquement éveillé par le vent "devenu fou", la fenêtre se casse.

Le protocole confirme ici ce que soulignait le Rorschach. L'enfant présente de très bonnes dispositions adaptatives et une efficience intellectuelle de bonne

qualité tant que la situation ne réactive pas les fantasmes attachés à la scène originaire génératrice de l'angoisse d'anéantissement (Cf. l'image du morcellement : la vitre cassée).

A ce moment là, les mécanismes de défense mis en jeu sont très primitifs : il ne voit plus rien, il ne comprend plus rien, il ne peut/veut plus rien voir ni savoir. La régression est massive : négation de la réalité du père et restauration de la relation duelle de type oral avec la mère.

I.4 Conditions de prise de contact avec l'enfant

Puisqu'il avait été décidé que Gaël nécessitait un certain nombre de séances de soutien, G.B. est allé le chercher en classe et l'a conduit dans le pavillon attenant à l'école et réservé aux mathématiques. Ils se sont installés dans la salle octogonale qui malgré un tableau au mur et des tables d'écoliers, est très différente d'une salle de classe et donc permet de s'éloigner du champ scolaire.

Tout en consultant les divers exercices de mathématiques exécutés par Gaël, cette année, justes ou faux, G.B. lui a demandé quelles étaient les difficultés qu'il rencontrait en mathématiques, puisque "ça ne marchait pas", et s'il voulait essayer d'y remédier.

Très vite, l'enfant s'est senti à l'aise et a paru en confiance, prêt à aborder l'action qu'on lui proposait.

La page 33 est une page blanche

II - LES ENTRETIENS ET LE SOUTIEN

II. 0 - Plan et résumé des compte-rendus

I^e^ séance

-Titre : Etude de la notion d'inclusion à travers la résolution d'un problème. Difficultés de l'enfant à conférer 2 propriétés à un même ensemble et à représenter graphiquement cet ensemble.

-Plan : I - Démarche suivie pour la résolution d'un problème.
2 - Attitude de l'enfant face à un problème du même type dont les données sont légèrement différentes.
3 - Test de Piaget
4 - Exercice avec les bandelettes de papier.

- Résumé : Il s'agit de la résolution d'un problème pour lequel Gaël a eu des difficultés en classe: "Dans un parking, il y a 57 voitures. 24 de ces voitures sont rouges. Trouver le nombre de voitures qui ne sont pas rouges".
Toute la séance, on remarque que la représentation graphique n'aide pas l'enfant dans sa démarche.

2e séance

-Titre : Travail à propos de la numération. Passage d'une dizaine à l'autre avec la recherche du nombre d'objets contenus dans un sac. Approche de la soustraction.

-Plan : I - Evaluation des quantités selon divers modèles de recherche
2 - Résolution d'une recherche semblable à la précédente avec de petites quantités.

-Résumé : Dans un sac, il y a des objets ronds et triangulaires de différentes dimensions. Après les avoir dénombrés, on en retire un certain nombre et il s'agit de deviner ce qu'il reste dans le sac puis de parier sur l'hypothèse avancée. L'enfant recherche le résultat par approches successives, à l'aide d'un endadrement de ce nombre.
Apparition du côté magique du IO

3e séance

-Titre : Vérification de la validité des hypothèses émises pour évaluer une quantité d'objets.

-Plan : I - Travail avec les blocs logiques et les sacs
2 - Présentation d'un nouveau type d'activité.

-Résumé : On dispose d'un certain nombre de pièces, type blocs logiques. On en met une quantité déterminée dans un sac et on met toutes les autres pièces dans un sac plus petit que l'on glisse à l'intérieur du premier. Il s'agit de déterminer le nombre d'éléments contenus dans le petit sac. Mise à distance de la situation et adhérence à un raisonnement algorithmique de la part de l'enfant.

4e séance

-Titre : Effet produit sur l'enfant par les pressions qu'exerce GB. et modifications qui en découlent dans son attitude vis-à-vis de la situation.

-Plan : I - Résolution d'une addition
2 - Jeu des estimations
3 - Jeu du menteur
4 - Symbolisation par des étiquettes
5 - Présentation du jeu du marchand

Résumé : L'enfant doit organiser les diverses données qui lui sont fournies pour parvenir à anticiper sur les résultats : parmi un certain nombre d'objets de 4 couleurs différentes, on retire une poignée d'objets et l'enfant doit deviner le nombre d'objets restants dans chaque couleur pour l'écrire dans un tableau. Ensuite, les objets sont remplacés par des étiquettes mais l'exercice est analogue.

5e séance

-Titre : Abord de la numération, en base différente de la base IO, à travers le jeu du marchand. Séance de prise de contact avec les diverses phases de ce jeu.

-Plan : I - Mise en place du jeu du marchand
2 - Gaël apprend à gérer un stock de marchandises
3 - Anticipation sur le résultat à venir avant de manipuler.

-Résumé : cette séance introduit le jeu du marchand qui va permettre de faire le calcul numérique : il s'agit de tenir la comptabilité d'un magasin d'enregistrer les entrées et les sorties de marchandise à un niveau simplifié. Au départ c'est GB. qui effectue les manipulations .

Mais il demande à l'enfant de lui indiquer la conduite à suivre puis de calculer ce qui restera dans la réserve après chaque commande. Il adopte une attitude directive pour aider l'enfant à bien comprendre les règles du jeu puis il lui laisse tenir le rôle de marchand, lui demandant alors de prévoir ce qu'il restera avant de manipuler les objets.

6e séance

-Titre : GB. essaie d'apprendre à l'enfant à calculer en se servant des données, mais sans se référer constamment aux objets de la situation, qui ne doivent servir qu'à la vérification des calculs.

-Plan : I - Mise au point concernant le matériel
2 - L'enfant mime la situation puis compte les objets qui restent.
3 - Il essaie de faire le bilan avant de livrer les objets
4 - Gaël livre d'abord les objets, comme au début mais établit le bilan écrit de ce qu'il reste avant de compter réellement.
5 - Difficultés pour le changement de dizaine dans le compte à rebours
6 - dernière commande.

- Résumé : Le jeu du marchand se poursuit, avec des simplifications au niveau du matériel. C'est l'enfant qui est le marchand et il passe par 3 étapes différentes : compter directement ce qui reste, puis essayer de deviner ce qui reste avant de livrer, et enfin comme cette 2e solution est plus difficile, il choisit de livrer et d'essayer ensuite de deviner le nombre d'objets en réserve.

7e séance

-Titre : Travail de la numération dans un exercice de comptage à rebours puis poursuite des activités de la séance précédente.

-Plan : I - Comptage à rebours
2 - L'enfant essaie de calculer sans avoir recours à la manipulation
3 - Gaël est mis à l'épreuve car en un temps très court la réserve du magasin change plusieurs fois.
4 - Difficultés à raisonner sur plusieurs ensembles modifiables
5 - Mise au point sur le contenu de la séance.

-Résumé : GB. demande à Gaël de compter à l'envers, lui présentant cet exercice sous forme de jeu. puis il reprend le jeu du marchand, demandant à Gaël d'inscrire toutes les données sur le tableau et de calculer ce qui restera après les commandes (sans qu'il ait touché un seul objet)
Au cours de la séance, GB. passe des commandes qui impliquent des calculs de plus en plus difficiles pour l'enfant.

8e séance

-Titre : Séance de transition entre des activités ludiques et des exercices de mathématiques

-Plan : I - Adhérence aux objets
2 - Le comportement de l'enfant nécessite l'intervention de GB
3 - Gaël semble abandonner le jeu et considérer ces activités comme un exercice qu'il faut à tout prix réussir.

-Résumé : Dans cette séance, on reprend le jeu du marchand mais GB adopte une attitude assez directive et intervient à plusieurs reprises pour aider l'enfant dans une démarche hésitante quoique bien orientée.

II_1- COMPTES RENDUS ET COMMENTAIRES

1ère séance : Etude de la notion d'inclusion à travers la résolution d'un problème. L'enfant a des difficultés à conférer deux propriétés à un même ensemble et à représenter graphiquement cet ensemble.

1 - *Résolution d'un problème, démarche suivie* :

D'emblée, G.B demande à Gaël s'il sait pourquoi il est là, à quoi celui-ci répond : "Pour faire des mathématiques". Lorsqu'on lui demande des précisions, on obtient une réponse très vague se terminant par "...j'ai des problèmes".

G.B essaie ensuite de savoir sur quoi ont porté ses échecs cette semaine, ce qu'il a réussi et ce qu'il n'a pas réussi mais il obtient à nouveau une réponse évasive. Ils regardent donc ensemble sur le cahier de l'enfant les problèmes où il a fait des erreurs, puis ils en choisissent un pour "l'expliquer". L'énoncé est le suivant :

- "Dans un parking, il y a 57 voitures. 24 de ces voitures sont rouges. Trouver le nombre de voitures du parking qui ne sont pas rouges".

Gaël réfléchit un instant puis déclare : "je vais faire comme j'ai appris avec la maîtresse". Il pose l'opération $\begin{array}{r}57\\+24\\\hline\end{array}$ et trouve 81.

(Il apparaît donc, dans un premier temps, que Gaël maîtrise les structures de l'addition, qu'il doit manier fréquemment, et qu'il utilise d'autorité ce qu'il connaît, ce qu'il sait faire, sans pouvoir apprécier l'opportunité de l'opération)

G.B déclare, sans insister toutefois, qu'il s'agit de savoir "s'il faut faire une addition, une soustraction, etc...", puis lui propose de dessiner les voitures, mais pas toutes, car ce serait trop long. Gaël dessine donc un rectangle et écrit 57 au milieu.

G.B questionne :

- "est-ce qu'il y a toutes les voitures ?"
- "Il y a toutes les voitures qui ne sont pas rouges.
- "il n'y a que les voitures qui ne sont pas rouges ?
- il y a toutes les voitures et elles ne sont pas rouges.

G. B lui demande ensuite si, lorsqu'on change le nombre de voitures, ça peut changer l'opération, et Gaël affirme : "Oui."

.../...

(Cette réponse peut s'interpréter de plusieurs manières. Entre autres hypothèses, on peut supposer que Gaël a seulement voulu dire que cela changeait le résultat de l'opération, auquel cas sa réponse est pertinente. Mais on peut penser aussi que l'enfant admet que tout puisse arriver, tout peut changer, avec des nombres nouveaux on se trouve forcément dans une situation différente).

30 G.B décide donc de garder les 57 voitures, pour que ça ne change pas, et les lui fait dessiner une par une,

```
IIIIIIIIIIIIIIIIIII
IIIIIIIIIIIIIIIIIII
IIIIIIIIIIIIIIII
```

lui demandant, lorsqu'il arrive à 20, de continuer au-dessous.

Question :-"Est-ce que tu as dessiné toutes les voitures du parking ?"

35 Réponse : -"Non."

-"On te dit "dans un parking, il y a 57 voitures". Dessine le parking. Est-ce que dans ce parking il y a 57 voitures ?"

-"oui".

40 -"Est-ce que toutes les voitures dont on te parle sont dans ce parking ?"

-"Non, il y aussi des voitures rouges".

G.B lui fait remarquer qu'il faut bien faire attention au texte car il y a un point après "57 voitures". Gaël admet

45 alors que les rouges sont dans le parking mais pense devoir les dessiner car elles ne figurent pas sur son schéma.

(On observe ici ses difficultés à envisager qu'il n'y a qu'un ensemble de voitures, avec deux propriétés : être dans le parking, et être rouge. Pour lui, la 2ème propriété nécessite un 2ème ensemble, et s'il admet que le 2ème ensemble possède aussi la 1ère propriété, il ne conçoit pas encore qu'il soit une partie de l'ensemble de départ, n'ayant probablement pas analysé l'énoncé).

G. B explique que les 24 rouges font partie de "ces" voitures, les 57 du départ, et Gaël doit les peindre en rouge sur son schéma. Ils vérifient que le dessin concorde bien avec

50 l'énoncé, puis Gaël doit trouver toutes les voitures qui ne sont pas rouges. Il en compte 31. G.B demande :

.../...

- si je te dis que ce n'est pas juste, crois-tu que j'aie raison ?
- je ne sais pas
- Qu'est-ce que tu ferais pour savoir si j'ai raison ?
- Je recompterais

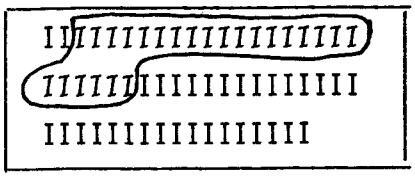
Et il en trouve 33.

- Alors, qu'est-ce qui est juste, 31 ou 33 ? comment faire pour savoir ?
- Il faut compter
- Il n'y a pas un autre moyen ?

Pas de réponse.

Son dessin étant assez concret et lui permettant de donner une réponse, Gaël n'essaie pas ou ne pense pas à utiliser une opération pour vérifier sa réponse, puisqu'il peut compter autant de fois qu'il le veut. Son dessin est un appui sûr, auquel il peut se référer, tandis que l'opération fait appel à certains mécanismes abstraits et comporte une réversibilité que Gaël ne semble pas avoir acquise, à savoir le passage par la soustraction pour retrouver les 2 termes de l'addition.

G.B entoure les voitures rouges, fait observer à Gaël



qu'on a donc 24 rouges et 33 pas rouges et demande :

- Alors combien y-a-t-il de voitures ?
- Je fais 24, et puis 33?

Gaël sent qu'il faut revenir à l'opération et qu'il s'agit ici d'une addition mais il doute encore qu'on puisse obtenir les 57 voitures de l'énoncé en ajoutant les rouges aux autres. La preuve en est que lorsque, ayant trouvé 57, il doit dire si c'est bien ce qu'on lui demandait : il répond non, et il est surpris lorsqu'on lui affirme que pourtant c'est bien ce qu'on attendait de lui.

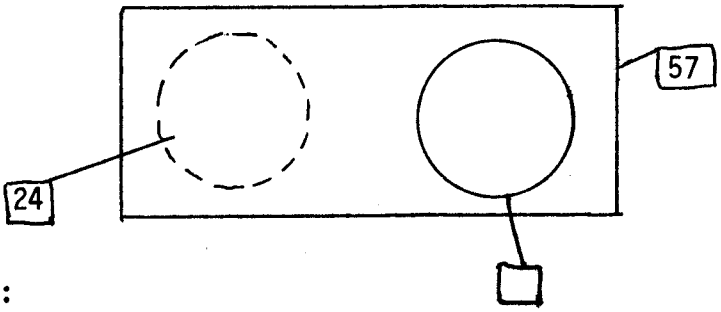
Reprenant le déroulement du problème, G.B demande à Gaël de relire l'énoncé puis le questionne :

- Combien y-a-t-il de voitures pas rouges?
- 57

.../...

En s'aidant du dessin, il lui fait trouver qu'il n'y en a que 33 et lui demande comment il a trouvé, Gaël répond "en calculant" puis rectifie "en dessinant". G.B lui explique que le calcul "ça sert à trouver sans qu'on soit obligé de tout dessiner" et Gaël avoue que c'est ce qu'il ne sait pas faire.

Puis, il doit dessiner l'endroit du parking dans lequel on a mis les voitures rouges, puis les autres et il met des étiquettes



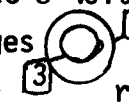
G.B :

- Si je compte les rouges, j'arrive à ?
- 24.
- Et si je continue à compter les autres, j'arrive à ?
- 57.

G.B écrit alors $\begin{array}{r} 24 \\ +.. \\ \hline 57 \end{array}$, de façon à ce qui Gaël ne fasse pas la soustraction pour touver 33 mais essaie de déterminer le nombre qui, additionné à 24, donne 57, ce qu'il fait facilement.

2 - *Attitudes de l'enfant face à un énoncé du même type dont les données sont légèrement différentes.*

On passe ensuite à un autre problème du même genre, mais avec des voitures bien distinctes, formant deux ensembles différents qu'il suffit d'additionner pour avoir le total, ce que Gaël réussit rapidement.

Le 3ème exercice est comparable au premier, avec 8 voitures dont 3 sont rouges. Gaël dessine un rond avec 8 voitures, (8) puis refait son dessin pour y inclure les 3 rouges  et lorsqu'on lui demande combien ne sont pas rouges, il répond 11. Une nouvelle fois, il a appliqué d'autorité l'opération qu'il connaît avant de réfléchir. En peignant en rouge les 3 voitures, comme précédemment, il découvre alors le résultat.

.../...

3 - *Test de Piaget*

- A la suite des difficultés de Gaël pour inclure les 24 voitures dans les 57 du début, il est décidé de lui faire passer l'épreuve de Piaget sur les perles en bois et les perles rouges, test présenté à la fin de la séance par M.P.

Il propose à Gaël 8 perles en bois, dont 5 sont rouges, 3 vertes, et au sujet desquelles il s'agit de dire s'il y a plus de perles rouges ou de perles en bois. Réponse de Gaël :

- Il y a plus de perles rouges
- Tu en es sûr ?
- Oui.

On lui fait désigner les boules en bois, il met les rouges de côté et on lui fait remarquer que les vertes sont aussi en bois. M.P renouvelle sa question et obtient la même réponse :

- Tu es sûr ?
- Non, c'est les boules en bois qu'il y a plus que les boules rouges", et il explique pourquoi :

Dans cette situation, on remarque qu'il n'y a pas d'apprentissage mais un changement d'attitude, ce qui renvoie à la relation de l'enfant avec la réalité : son premier devoir est de donner une réponse, et son attitude dépendra des réactions suscitées par sa réponse.

4 - *Exercice avec les bandelettes de papier.*

En dernier lieu, on propose à Gaël une série de bandelettes de carton blanc de longueurs différentes et une bandelette noire ou modèle. Il doit trouver deux morceaux aussi longs, ce qu'il fait tout de suite. Puis M.P prend deux morceaux de tailles différentes dont la somme des longueurs est égale à celle de la bandelette noire.

Il marque les deux extrémités par des points, et place le plus petit morceau au dessous de l'autre blanc, puis demande à Gaël où ça va s'arrêter si on met le grand à côté. Gaël montre au bon endroit et fait un point, mais fait un autre point plus loin ou plus près selon qu'on lui demande s'il est sûr, si ça ne va pas plus loin etc...

En manipulant les bandelettes, il s'aperçoit que sa première réponse était exacte.

.../...

Discussion après la séance

Le problème se posait de savoir si les échecs répétés de l'enfant dans l'utilisation de la relation d'inclusion renvoyaient à des carences sur le plan de l'accession aux structures logico-mathématiques ou bien à une certaine manière de se situer par rapport à une situation didactique.

Nous pensons que le problème du développement cognitif ne se pose pas. Manifestement l'enfant possède bien les schèmes opératoires nécessaires à la solution des problèmes que l'on proposait. Ce qui est en question c'est qu'il ne les utilise pas dans la situation didactique. Tout se passe comme si en face de la situation il régressait à un type de réponse archaïque. Ceci semble apparaître clairement au cours de l'épreuve des perles. Le changement de réponse ne pouvant être un effet d'apprentissage mais un changement d'attitude vis-à-vis de la situation.

Il semble ne pas investir la situation problème comme objet à comprendre et donc nécessitant la mise en jeu de schèmes opératoires mais plutôt comme un objet flou et inintéressant (il faudrait tenter d'analyser ce que représente réellement pour lui cet objet), qui nécessite la mise en oeuvre d'une activité plutôt mécanique où l'on répond à des incitations par des conduites stéréotypées.

On peut voir jouer cette activité quelque peu rituelle (effets didactiques ?) durant toute la séance. En face d'une situation il fait des représentations (plus ou moins analogiques, mais sans utilité cf. plus bas). Quand on lui propose une addition, il récite les diverses étapes de l'algorithme. ("je pose... je retiens ... les dizaines..."). Quand il compte, il récite encore (cf. aussi sa 1ère action : je vais faire comme j'ai appris avec la maîtresse et il fait une addition) (*)

Le fait de rester très pris du figuratif, loin de donner une signification à l'opération elle-même, semble être un moyen pour l'enfant de prendre des distances avec le raisonnement portant sur les objets réels. Par exemple, quand G.B lui demande : "as-tu dessi-

---------- .../...

(*) A noter aussi comme indice d'évitement l'étonnant détachement avec lequel il reconnaît ses erreurs (comme d'ailleurs ses réussites).

né les rouges"(après qu'il eut fait 57 traits), il répond "non, des noirs je les ai dessinés". Du point de vue du dessin, il est logique, il n'a pas dessiné les rouges (en rouge) et il semble bien en rester au niveau du dessin qui ne tire pas sa valeur du fait qu'il est représentation d'une opération (pas de relation dialectique entre le figuratif et l'opératif, entre le dessin et l'opération logico-numérique). Quand on lui demande de repasser en rouge les traits représentant les autos rouges, il oublie le nombre dont il s'agit, G.B est obligé de l'arrêter à 25. Il est constamment très en retrait par rapport aux données numériques. il dit 50, 25, compte 31, puis 33 et ceci ne lui apparaît pas essentiel.

- Le travail à réaliser avec Gaël repose donc sur l'hypothèse que l'échec renvoie à un certain type de relation avec l'objet mathématique dans la situation didactique ; une relation d'évitement, de mise à distance débouchant sur des actions stéréotypées sans mobilisation des schèmes assimilateurs qu'il a pourtant à sa disposition.

x

x x

PROJETS.

- La maîtresse indique que Gaël peut investir la situation mathématique, y être à l'aise et fort actif lorsqu'il s'agit d'une recherche en commun de la classe toute entière. Il faudrait observer ce fait. S'agit-il des effects d'une médiation (dans la relation pédagogique) qui rendrait la situation moins anxiogène et libèrerait les possibilités intellectuelles de l'enfant ? (ce qui irait dans le sens de notre hypothèse).

- Au cours des prochaines séances, il faudrait tenter de briser la ritualisation en demandant à l'enfant d'anticiper sur la situation - Essayer de lui faire dire ce qui peut se passer, faire avec lui l'inventaire de ce qui peut arriver de façon à ce qu'il puisse investir la recherche comme un mouvement de réduction des incertitudes ; ce qui s'est réalisé prendrait sens par rapport à des prévisions qu'il aurait pu faire et non pas comme une "autre chose" que ce qu'il avait prévu.

.../...

Deux sortes d'anticipation possibles.

- relatives à ce qu'on va trouver
- relatives à ce qu'on pourrait trouver (choisir parmi plusieurs résultats).

x

x x

2ème séance : Travail à propos de la numération : passage d'une dizaine à l'autre avec la recherche du nombre d'objets contenus dans un sac. Approche de la soustraction.

1 - Evaluation des quantités selon divers modèles de recherche

Aujourd'hui, G.B présente la séance comme un jeu auquel un garçon de l'âge de Gaël doit réussir, mais puisque celui-ci échoue, il va lui apprendre, ainsi après, "il saura".

Le matériel est constitué de ronds et de triangles de petite et grande tailles. Il fait compter le nombre de pièces à Gaël, qui en trouve 52, et lui dit d'écrire le nombre sur une feuille. Puis, pour s'assurer qu'il y en a bien 52, G.B recompte mais en lui faisant remarquer qu'il utilise des tas de 10 : une pile de 10 triangles. Puis on ajoute une pile de 10 ronds (= 36), puis une autre (46) puis une pile de 6 ronds, total 52 pièces.

Une fois que les pièces sont comptées, on les enfouit dans un sac que l'on ferme, et le jeu consiste à se rappeler ce qu'il y avait dans le sac.

G.B demande à l'enfant s'il sait ce qu'il y avait, à quoi celui-ci répond : "des triangles", puis hésite et ajoute : "des carrés, ... des ronds" puis à la demande de G.B, il dessine △ □ ○

- On a compté qu'il y avait combien de pièces ? questionne G.B
- 26
- 26 ?
- Non, 52.
- Qu'est-ce que j'ai compté 26 ?

Gaël ne se souvient plus. Il réfléchit longuement mais il faut lui rappeler que c'étaient des triangles.

Puis, on lui explique qu'on va jouer aux devinettes :

- Qu'est-ce que tu crois que je vais te demander ?
- Combien il y a de rondes
- Est-ce que tu vas savoir me dire ?
- Non
- Alors on peut regarder dans le sac si tu ne sais pas.

Mais avant de défaire et de regarder, il faut parier.

(Gaël dit que parfois il parie 1 F. avec son père qu'il arrive le premier au bout du bassin à la piscine).

.../...

Le jeu consiste donc à parier combien il y a de ronds, à écrire le nombre supposé, et si la vérification confirme l'hypothèse, c'est gagné.
Premier pari : Gaël affirme qu'il y a 10 pièces rondes.
Vérification : il y en a 26. Il sourit et constate avec G.B qu'il a perdu son pari.

(Dès ce premier pari, et cela se confirmera dans la suite du jeu, on constate que le nombre "10" joue un rôle particulier pour Gaël. Il a retenu que G.B avait rangé les pièces par piles de 10 et peut-être ceci a-t-il contribué à ce premier choix, mais nous verrons plus loin que ce n'est pas la seule raison.

Il faut également ouvrir une parenthèse à propos de la notion de grandeur chez Gaël : G.B décide de parier réellement quelque chose, mais pas 1 franc et à ce propos demande à l'enfant ce qu'il fait lorsque son père lui donne un franc. Celui-ci répond qu'il s'achète "des voitures", ce qui paraît impossible avec une telle somme. Il est peut-être donc utile de remarquer que Gaël ne fait pas le lien entre ce chiffre, cette petite quantité d'argent, et ce par quoi on peut la remplacer.)

Après ce premier échec, ils décident de recommencer. Mais Gaël a déjà oublié le début de la séance, ne se souvient plus ce qu'ils ont commencé à compter et croit que ce sont les ronds. G.B lui fait donc réécrire le nombre de pièces : 52, compter les grands ronds : 19. Il vérifie ce dernier nombre en faisant à nouveau une pile de 10 et une pile de 9, puis ils mettent tout dans le sac et le ferment.

Gaël a écrit sur sa feuille : | 52 19 |

- Qu'est-ce qu'il faut faire ? demande G.B
- Trouver combien il y a de triangles
- Oui... Il y avait des carrés ?
- Non, que des triangles et des ronds.

(Lorsque l'enfant avait répondu la 1ère fois qu'il y avait des carrés, il avait probablement dit cela au hasard, n'ayant pas bien observé les différentes pièces, trop occupé qu'il était à les compter et ayant du mal à prendre du recul pour savoir ce qu'il comptait).

.../...

Il s'agit cette fois-ci de chercher ce qui n'est pas "les gros ronds", c'est-à-dire le nombre de petits ronds et de triangles, les deux à la fois.

Gaël réfléchit : "les triangles, y en a beaucoup..." puis répond au hasard 50.

Il écrit 52 19 50

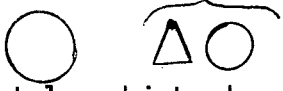
G.B lui fait confirmer qu'il s'agit des triangles et des petits ronds et dessine sous les chiffres ce qu'ils représentent d'après Gaël:

52 19 50

Il lui fait observer qu'on a 50 d'un côté et que si on y ajoute les gros ronds, on arrive à 52, puis il lui demande s'il tient son pari. Gaël se rétracte alors car il constate que pour aller de 50 à 52 il n'y aurait pas beaucoup de gros ronds, "il n'y en a plus que 2".

Il rectifie donc son choix et annonce 30, puis écrit

52 19 30



Pour vérifier, il sort les objets du sac, en compte 33 et s'exclame : "j'y étais presque !"

(Il est important de remarquer qu'il est vraiment resté au niveau de jeu des essais et erreurs et qu'à chaque fois il tente sa chance, mais petit à petit, on voit apparaître certains efforts de raisonnement).

"C'est mieux, déclare G.B, mais tu n'as pas encore gagné On recommence ?"

Gaël accepte car on devine qu'il voudrait bien gagner. Il écrit à nouveau 52, compte les petits ronds (7), met <u>toutes</u> les pièces dans le sac et doit deviner le nombre d'éléments qui ne sont pas des "petits ronds".

Il réfléchit tout haut :

"Il y a 52... comme il y a 7 petits ronds..." Il rit car il essaie d'ajouter 7 à quelque chose pour obtenir 52 et sent qu'il est sur la bonne voie. Il écrit 42 (remarquons que c'est 52 - <u>10</u>) et parie un carambar. Mais il vérifie d'abord en comptant sur ses doigts 42 - 7, constate son erreur, raye 42, et reprenant le même processus de réflexion, inscrit 49.

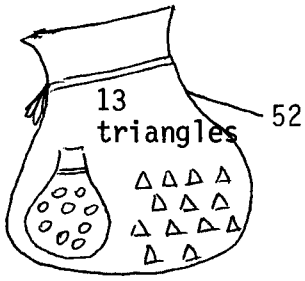
.../...

On ressort tous les jetons du sac, G.B les lui fait empiler par 10, il y en a 45. Gaël raye 49 et écrit 45, ce qui donne :

52 7 ~~42~~ ~~49~~ 45

G.B déclare : "il y a un truc... mais il faut le trouver".

85 Le 4ème pari a pour enjeu à nouveau un carambar. Cette fois-ci on compte les petits triangles : 13, mais on les range dans un sac à part, dans lequel on va mettre celui où sont les autres pièces.



Comme auparavant, Gaël parle à mi-voix lorsqu'il calcule : "là 52, là 13". Il compte sur ses doigts, ralentit à 10, puis conti-
90 nue jusqu'à 13, et répond "42". Mais il recompte longuement et rectifie : "41".

Pour vérifier, G.B vide le 1er sac, c'est-à-dire étale sur la table les 13 triangles et pose l'autre sac à côté, fermé.

- Si tu as gagné, dit-il, on en a 41 là (il montre le sac
95 fermé), et en comptant tout on aura ?

- 52.

Partant de 41, Gaël compte donc les 13 petits triangles : "42, 43..." et obtient 54.

Comme on n'a pas ouvert le sac, il a encore le droit de
100 changer d'avis et G.B le laisse chercher.

Il sourit, semble se souvenir de quelque chose qu'il a appris antérieurement, et compte sur ses doigts, de 13 à 52.

Mais en cours de route il s'arrête car il s'aperçoit qu'il n'a pas retenu combien il avait compté jusque là, et essaie une autre
105 méthode :

"Ah, là il y a 13, j'enlève 10, il reste 3 et dans l'autre il y a... 45... Il y a 52, j'enlève 10, il reste 40...5, 45 !"(peut-être 42 + 3 ?)

.../...

A nouveau, ce résultat s'avère inexact et G.B lui suggère d'essayer un autre nombre. Il choisit 40, ajoute 13 (en comptant tous les triangles un par un) et se voyant si près du but s'exclame : "Ah, j'ai déjà une preuve !" Mais laquelle ?

Il essaie ensuite 31. G.B écrit tous les nombres qui ne vont pas, et à côté le résultat obtenu en ajoutant 13, ce qui donne successivement :

~~41~~	54
~~40~~	53
~~31~~	44
~~43~~	56
~~33~~	46
~~42~~	55
~~34~~	47

Il raye au fur et à mesure lorsque ce n'est pas le bon résultat. Pour le stimuler davantage, il lui promet 2 carambars s'il trouve. Nouvelles tentatives et nouveaux échecs avec 47 et 30.

G.B questionne :

- Est-ce qu'il y a plus que 30 là ou moins ?
- Plus
- Il y a même plus que 33 et que 34 dit-il en lui montrant les chiffres écrits sur la feuille.

Gaël essaie alors 37, trouve 37 + 13 = 50, réfléchit un instant et affirme victorieux :

- c'est 39 !

Il compte et arrive jusqu'à 52. Il a gagné un carambar.

(Cette fois-ci, il a réussi à transposer rapidement 50 + 2 = (37 + 2) + 13, alors qu'il n'avait pas réussi ce raisonnement avec 53 - 1 = (40 - 1) + 13. Peut-être faut-il rattacher ceci au fait que, comme nous l'avons observé dans la première séance, il utilise facilement l'addition mais ne maîtrise pas la soustraction. Il faut cependant noter qu'au cours de ce 4ème pari, il a prononcé à un moment : "j'enlève 10" ce qui implique nécessairement une soustraction mais il est peu probable qu'il eût trouvé le résultat s'il avait dit "j'enlève 7" par exemple. Le maniement des dizaines est particulier et peut-être plus facilement assimilable que le reste).

.../...

2 - *Résolution d'une recherche semblable à la précédente avec de petites quantités.*

135 En bavardant avec G.B Gaël déclare qu'il voudra bien rejouer au "jeu du sac", apprendre à trouver, à deviner. G.B lui propose de deviner avec peu de pièces.

- Il y a 7 pièces, des triangles et des rectangles.

Gaël compte 3 triangles et range le tout dans le sac.

140 - Combien y a-t-il de rectangles ? demande G.B

- 7

- Non, sept en tout...

- Combien il y a de rectangles ? Il y en a 3, déclare Gaël

- On parie ?

145 L'enfant hésite, se pose des questions

- tu pourrais les dessiner pour deviner...

Il dessine 3 triangles, puis avant de dessiner les rectangles, annonce :

- quatre

G.B lui dit de les dessiner mais il ne se souvient plus de la forme

150 et doit palper pour se la remémorer, puis recompte après avoir fait ces rectangles.

(Ce dernier épisode de l'observation est important, car il montre les difficultés de Gaël à associer à un nombre ce qu'il représente. Il a bien observé les différentes classes d'éléments, il a compté les éléments, mais il semble se heurter à une barrière lorsqu'il passe d'une notion à l'autre. C'est ce passage laborieux qui cause en grande partie ses hésitations : il reste souvent du côté des classes d'éléments, et lorsque, enfin, il découvre une voie pour les dénombrer, il ne sait plus quel était son point de départ).

COMMENTAIRES.

Ce qu'il est important de noter à partir de cette séance, c'est que Gaël a investi la situation d'abord par le jeu : comprenant qu'il s'agissait d'observer puis de parier, il a semblé s'apercevoir à un moment qu'on pouvait cerner le problème, mais a fait preuve d'affollement face au nombre. On sent pourtant qu'il y a une esquisse de principes lorsqu'il dénombre en comptant sur ses doigts à partir d'une donnée qu'il a, mais il ne prend pas assez de recul pour maîtriser ces nombres, tout en ayant l'impression que c'est à ce niveau que réside la solution.

Il a d'ailleurs été rassuré lorsqu'on a isolé les éléments dans deux sacs, car c'est une technique qu'il avait employée sans

.../...

pouvoir l'expliciter donc sans la retenir, et ainsi il est arrivé à un algorithme dont il s'est servi 4 fois (sans en tirer profit comme le prouvent les oscillations des nombres observées dans le 4ème pari).

On a remarqué qu'au cours du 2ème problème (avec les 8 pièces) Gaël n'a pas utilisé l'algorithme, mais c'est vraisemblablement dû au fait que la manipulation a été rapide, qu'il n'a pas eu le temps de repérer les objets.

Il faut noter qu'il y a eu un progrès au cours de la séance car l'enfant a compris que ce n'était pas un jeu aléatoire et qu'il y avait un moyen de parier juste immédiatement, sans passer par des suppositions.

D'autre part, il semble que le "10 " soit magique pour lui car une fois il a dit qu'il restait 10, une autre fois 42 (52 - 10), une autre fois "j'enlève 10...", mais s'il est magique il n'est pas efficace, il l'introduit dans son raisonnement sans l'utiliser vraiment, sans atteindre un but précis. (P.R note au passage que ce nombre a été valorisé en classe à propos de la multiplication).

Abordant à nouveau le problème de l'algorithme, G.B déclare que Gaël a des difficultés à dépasser un algorithme, notamment celui du dénombrement qui le satisfait puisque c'est un procédé sûr de vérification. Il peut compter selon un critère compliqué, n'a aucun mal (lorsqu'il compte) pour manier les classes de façon implicite, mais dès qu'il faut les manier en tant que classes susceptibles d'être mises dans un sac pour les dénombrer, il échoue. Il faudrait envisager, dans un prochain jeu du même type, de compter les différentes classes de telle façon qu'il ne reste qu'à déterminer ce qu'il manque pour arriver au total.

De l'avis de M.P, ce n'est pas du point de vue logique que Gaël a des difficultés, car il parvient à isoler la classe des triangles et des non -triangles, à les inclure en retour dans l'ensemble de départ, mais ces difficultés se situeraient davantage au niveau numérique, dans la manipulation des nombres.

G.B pense que c'est le fait de compter qui pousse l'enfant à perdre de vue son projet : par rapport à la manipulation, le fait de devoir compter lorsqu'il anticipe lui fait oublier son objectif, il est tellement bloqué par ce dénombrement qu'il se met à distance des concepts de base, détruit la conceptualisation. Pour lui, les

.../...

algorithmes ne correspondent pas à une conceptualisation des collections sur lesquelles il travaille, donc ne servent à rien. S'il veut enlever 8 par exemple, il "envisage" de compter à l'envers, mais ne sait pas si ce sera une bonne solution.

Pour M.P, il a toujours utilisé les concepts dans des situations qui n'avaient pas de signification pour lui, il possède l'algorithme formellement mais ne l'adapte pas à une situation significative. Cependant, il s'aperçoit qu'il y a, dans ce qu'il sait, quelque chose qui peut être utilisé.

Gaël admet maintenant que le fait de trouver un moyen pour avoir la solution plus vite a un sens, mais dans les petites collections il revient à la représentation. Il faudra une prochaine fois, essayer de casser l'algorithmisation avec des collections petites et le faire compter à rebours.

3ème séance : *Vérification de la validité des hypothèses émises pour évaluer une quantité d'objets.*

1 - *Travail avec les blocs logiques et les sacs*

Cette fois-ci, G.B et Gaël vont manipuler les blocs logiques (formes géométriques de couleurs et d'épaisseurs différentes).

Il y a 56 pièces que Gaël compte et met dans un sac, après avoir écrit le nombre sur une feuille. G.B retire ensuite 10 gros ronds du sac, les fait compter à Gaël puis les enfouit, avec le premier sac, dans un second.

On cherche à savoir combien il y a de pièces dans le plus petit sac.

Gaël réfléchit, compte jusqu'à dix et répond : "cinq !" G.B lui montre les 10 gros ronds, puis secoue le petit sac et lui demande s'il croit vraiment qu'il n'y en a que 5. Gaël sourit, cligne des yeux et secoue la tête, exprimant qu'il se rend bien compte qu'il a fait une erreur. Il poursuit à mi-voix le cheminement de sa pensée :
"56, ... il y en a 10 alors... (il compte jusqu'à 40), j'en suis à 40, et on enlève 10, ... ça fait 40 !"

G.B lui rappelle alors par quel moyen ils ont vérifié leurs affirmations la séance précédente : on faisait un pari et on vérifiait si on avait raison. Pendant ce temps, l'enfant réfléchit en riant, puis s'exclame :

- 46 !
- Pourquoi dis-tu que ça fait 46 ? questionne G.B
- Parce que je sais quà 10 on enlève 5, alors ça fait 4, et puis il reste 6 alors ça fait 46.

(Sans doute faut-il traduire cette réponse : à 5 dizaines, on enlève une dizaine, il en reste 4. Dans 56, il y a 5 dizaines et 6 unités, ces 6 unités on les rajoute aux 4 dizaines et on obtient 46. Mais la phrase de Gaël est assez significative en elle-même si l'on se souvient de la séance précédente : il n'associe pas un chiffre avec ce qu'il représente, mais ici, c'est à l'intérieur du nombre lui-même qu'on observe encore une coupure, il y a 4 "quelque chose" (dizaines), 6 "autre chose", il y a 5 et 10, tout ceci contribuant à constituer le nombre mais d'une façon un peu mystérieuse, il a compris qu'en enlevant 10 à 56, on obtenait 46, mais peut-être même l'a-t-il seulement "appris" ? On peut envisager que l'enfant n'a pas encore bien assimilé le sens de la hiérarchie 1 - 10 - 100 - 1000 etc... qu'a permis de construire le système décimal, et qu'il n'a pas "compris" que l'aspect cyclique de la numération était un effet de ce chiffre ma-

.../...

gique qu'est pour lui le "10". Ceci pourrait illustrer partiellement sa réponse lorsque plus tard dans la séance il aura des difficultés à revenir à la tranche de dizaines précédente.)

Après avoir expliqué sa réponse (46) Gaël va vérifier. Mais auparavant, G.B lui demande si l'on ne peut pas savoir combien il y a de morceaux sans ouvrir le sac. Réponse de Gaël : "ah non, on peut pas savoir.."

G.B lui rappelle alors la méthode utilisée la fois précédente, lorsqu'on considérait que le sac contenait un certain nombre de pièces et qu'à ce nombre on ajoutait les éléments dispersés sur la table : si l'on ne s'était pas trompé, on obtenait le nombre de pièces total. Gaël utilise donc cette méthode et s'aperçoit qu'effectivement, il ne s'est pas trompé. Pour être tout à fait sûrs du résultat, ils vont vider le sac et compter toutes les pièces après avoir parié, mais Gaël dit qu'il n'est pas "tout à fait sûr" de gagner.

Ils comptent chacun une partie des pièces, G.B faisant des piles de 10 éléments. Lorsqu'à eux deux ils ont dénombré 40 morceaux, Gaël s'arrête et dit :

"Ah, je sais que j'ai perdu"

mais G.B lui conseille de continuer et il s'aperçoit en fin de compte que son résultat était exact.

G.B lui propose :

- "Est-ce que tu crois que tu saurais trouver si on faisait autre chose ?
- Peut-être mais j'en suis pas sûr.

(Notons que Gaël n'est jamais "sûr"...)

Ils prennent les <u>petits</u> ronds et remettent tout le reste dans le sac. Gaël est d'accord pour dire qu'il y a toujours 56 éléments, et d'autre part, il compte les petits ronds et en trouve 5.

G.B lui demande combien, d'après lui, il y a d'éléments dans le sac, et l'enfant fournit la réponse suivante :

"là, je crois avoir trouvé. Là on fait 50 et puis là, y'en a 6, si on enlève 5 à 6 ça sera ceux-là (il montre les petits ronds) et puis y reste un alors ça fera 51".

Dans ce dernier raisonnement, apparemment l'enfant a mis mentalement de côté 5 piles de 10 et a gardé les 6 éléments "unités" auxquels il a pu retrancher 5. Mais que serait-il advenu s'il y avait eu par exemple 7 petits ronds ?

G.B lui fait écrire son résultat (51) et lui demande de le prouver, sans compter.

Gaël : "là y a 5, ça reste toujours pareil"

.../...

- 5 quoi ? 5 dizaines ?
- Oui. Ça, si on enlève 6, y en aura 5 d'enlevés, non si on enlève 5 y en aura plus qu'un, les 5 je les mets là (petits ronds), il reste 1 (sac) et là 5.

(L'enfant a donné un certain caractère immuable aux 5 dizaines : "ça reste toutjours pareil". Dans 56, il y a 50 et 6. Si on enlève 6(à 56) et qu'on enlève 5, il reste 1, donc il s'occupe de ces 6 éléments là, rassuré car il sait que les 50 autres n'ont à subir aucune opération).

G.B le ramène à l'autre méthode de vérification, ajoutant 5 aux 51 supposés être dans le sac.

G.B : "Qu'est-ce qu'on fait là, 51 et puis ?...

Gaël : "ça y est, j'ai tout compris, comme y en a 51, on compte et on trouve le même nombre".

Il paraît vraiement satisfait car il a retrouvé l'algorithme utilisé la fois précédente et y assimile la possibilité de preuve.

2 - <u>*Présentation d'un nouveau type d'activité.*</u>

G.B lui propose ensuite autre chose : il y a toutjours 56 éléments dans le sac, mais il en sort certains (un par un , au début) et à un moment il dit "top" et l'enfant doit dire combien il en reste dans le sac.

Pour lui faire bien comprendre la règle du jeu, il prend le sac, ne sort aucune pièce et dit top. L'enfant répond 56. Puis il en enlève une et dit top. Gaël hésite puis déclare "55". G.B continue, en retire 2, Gaël ne se trompe toujours pas et dit "53", mais lorsqu'on en enlève 3 autres, il répond 40. Ils parient alors un caramel, Gaël compte à partir de 40 en ajoutant tous les éléments qui sont hors du sac. Arrivé à 46, il dit qu'il a gagné.

G.B lui fait remarquer qu'il y en avait 56 puis ils recommencent. Lorsqu'il y a 50 pièces dans le sac, il en enlève 3 mais l'enfant ne semble pas suivre l'action.

(Apparemment, tant qu'on était dans la même dizaine, de 56 à 50, il n'y avait pas de problème pour compter à reculons, mais la difficulté se situe au niveau du changement de dizaines auquel se heurte Gaël).

Gaël est un peu perdu, mais finit par découvrir la solution et désigne successivement les 3 derniers éléments en comptant : 49, 48, 47.

Le jeu se poursuit, avec un "top" à 43 qui ne pose aucun problème, puis on en enlève 3. Gaël répond : 39.

Il parie, vérifie en ajoutant 3 à 39 puis se demande :

.../...

"Il y a pas 39, alors qu'est-ce que ça peut bien être ?"

Il compte à rebours et trouve 40, nombre confirmé par la vérification.

95 Le jeu se poursuit ainsi quelques minutes, mais G.B ôte ensuite les éléments par dizaines et Gaël n'a alors aucune difficulté à donner le résultat, terminant ainsi la séance sur un succès.

COMMENTAIRES

Comme précédemment, on a remarqué la proéminence du 10 dans les agissements de Gaël (attitude quelque peu induite par G.B qui a pris 10 gros ronds) et cette fois-ci la soustraction semble assimilée, mais toujours avec le 10, ou bien avec un chiffre inférieur à celui des unités du nombre initial. Pour cette soustraction, on a opéré en ôtant les éléments un par un, ou bien par piles de 10, mais comment réagira l'enfant lorsqu'on en sortira plusieurs à la fois ?

Car du fait qu'il est impossible pour lui d'attribuer un caractère de certitude aux résultats de ses opérations, il se raccroche à un algorithme pour vérifier : 56 - 10 = 46 ou 56 - 5 = 51 (voir ces explications), mais cet algorithme n'est pas applicable n'importe où, par exemple 56 - 9 ...

Etant donné ses difficultés à "avoir raison", il prend du champ par rapport à la situation, il met à distance ce qui est important, problématique dans la situation, mais essaie tout de même de bien répondre : s'il paraît soulagé et content lorsqu'il se trompe, c'est peut-être pour mettre son angoisse au second plan mais il faut tenir compte du fait que le jeu du pari dédramatise l'échec.

En fait, il faudrait le motiver : trouver un terrain sur lequel il ait envie d'avoir raison, où il ait besoin d'apporter des justifications effectives, avec l'intention de récupérer cette attitude par la suite, qu'il puisse l'adapter dans d'autres situations.

On pourrait renouveler le jeu des sacs en utilisant des petites voitures, de couleurs différentes, avec les mêmes modèles et le même nombre de voitures dans chaque couleur : ranger les voitures une première fois pour voir si elles y sont toutes, lui faire explorer l'ensemble en jouant à la pièce cachée, puis faire une liste d'un lot de voitures qu'on mettrait dans une boîte, les autres voitures dans une autre boîte, et chercher dans quelle boîte se trouve telle voiture (en référence à la liste).

.../...

4ème séance : Effet produit sur l'enfant par les pressions qu'exerce G.B et modifications qui en découlent dans son attitude vis-à-vis de la situation.

(La séance d'aujourd'hui se distingue des 3 précédentes par la nouvelle relation qui s'instaure entre G.B et Gaël, et qui est en opposition avec les rapports établis auparavant ; dans les premiers temps, il s'agissait essentiellement d'un jeu au cours duquel l'activité de G.B se limitait à des encouragements à l'égard de l'enfant, à lui faire découvrir certaines choses tout en restant le plus neutre possible. Par contre, on assiste aujourd'hui à l'apporche de notions plus didactiques).

1 - Résolution d'une addition

G.B consulte avec Gaël divers exercices de mathématiques exécutés cette semaine par celui-ci et recueillis dans un dossier. Ils en retiennent certains dont la résolution est incorrecte, notamment une addition

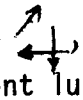
$$\begin{array}{r} 129 \\ +\ 78 \\ +\ 116 \\ \hline \end{array}$$

L'enfant énonce :

"9 + 8, 17, + 6 = 23. Je pose 2 et je retiens 3"

"Ah ! je vois ce que tu as fait", dit G.B

Gaël s'en aperçoit également, à moins qu'il n'en déduise sans preuves précises que si ce n'est pas cette solution c'est l'autre, et il corrige sur le champ.

Il termine l'opération et écrit le résultat , 343, en dessinant son 4 à l'envers, c'est-à-dire  , ce que G.B lui fait rectifier, par comparaison avec la manière dont lui-même l'écrit.

Il constate que les erreurs commises par Gaël sont surtout relatives aux transformations de la numération.

2 - Jeu des estimations.

Pour lui signifier la cause de son erreur dans l'addition, il lui propose un jeu dont le matériel est constitué d'objets de différentes couleurs, en plastique, et de deux sacs. Il lui fait répartir les objets selon les 4 couleurs puis compter à l'intérieur de chaque groupe le nombre d'objets. Par exemple les bleus : Gaël en compte 9 et écrit sur sa feuille : 9 G.B lui fait à nouveau rectifier l'orientation du chiffre, puis compter les autres objets : 10 rouges, 6 jaunes, 10 verts.

.../...

(On remarque donc, dès le début de cette séance, certaines pressions exercées sur Gaël. D'autre part, l'utilisation des 4 couleurs pour les objets permet l'abord simultané de la soustraction sur plusieurs ensembles différents).

Sur la feuille, l'enfant a donc écrit ces nombres selon la disposition suivante :

10 6

~~10~~ 9

10

Il enfouit le tout dans un sac. G.B s'assure qu'il se souvient bien du nombre d'objets de chaque couleur, puis explique le déroulement du jeu : Gaël va extraire quelques objets du sac et devra deviner combien il en reste de chaque couleur.

1er essai :

Gaël sort deux poignées d'éléments, soit : 4 verts, 2 jaunes, 1 bleu, et tente de déterminer le nombre d'objets verts restants dans le sac, ce à quoi il parvient fort bien en comptant à rebours. G.B lui fait donc noter son résultat : 6, et rajouter le nom de la couleur pour se souvenir de ce dont il s'agit. Même processus pour les jaunes, mais parvenu aux rouges, il hésite : y en avait-il 9 ou 10 au départ ? Il opte pour 9, tout comme il pense qu'il y avait 6 bleus. G.B lui suggère de vérifier en recomptant les objets et d'écrire pour ne plus oublier :

9 bleu	10 vert	10 rouge
		6 jaune

Ils remettent ensuite le tout dans le sac et recommencent.

(On s'aperçoit que Gaël est continuellement sous le contrôle de G.B qui intervient souvent et décide pour lui, mais il essaie de retrouver la situation de jeu, semblant vouloir échapper à cette relation didactique).
(L'aspect de jeu est malgré tout apparent, bien qu'on note une prépondérance de l'opération et une mise à distance de l'activité ludique proprement dite : A chaque essai, Gaël doit faire 4 anticipations).

2ème essai :

G.B lui propose de décider à l'avance combien d'objets il va enlever du sac. Il retire 7 objets puis détermine très exactement la quantité d'éléments de chaque couleur restant dans le sac, en regardant les

.../...

chiffres inscrits sur la feuille, auxquels il retranche les objets étalés sur la table.

G.B lui propose ensuite une "façon d'écrire qui économise du temps", c'est-à-dire un tableau qui se présente ainsi :

	bleu	rouge	jaune	vert
Tout	9	10	6	10
Enlève				
Reste				

- Quand on compte tout, combien y a-t-il de bleus ? questionne G.B
- 9
- Où vas-tu l'écrire ?

Gaël indique la case et complète ainsi toute la ligne, réalisant "l'économie d'écriture".

(Si, jusque-là, il est resté très souriant et vivant, l'abord de cette nouvelle notion le rend soudainement très sérieux : le jeu est terminé et on accède à une activité d'enseignement. Il est en train de "faire des acquisitions", consciencieusement.

Le but de ce tableau est de l'aider à comprendre ce qu'il fait lorsqu'il pose des opérations, de lui apprendre à organiser des données, des colonnes différentes représentant des choses différentes).

3 - *Jeu du menteur*

Ils renouvellent le jeu mais cette fois-ci c'est G.B qui retire les objets du sac et, par ailleurs, il inclut un nouvel élément dans la règle : on joue au menteur. Comme Gaël ne sait pas de quoi il s'agit G.B explique :

- Je vais retirer des objets, et quand j'aurai fini je dirai : il y a tant de verts, tant de bleus etc... (dans le sac), et si je me trompe, tu me dis "menteur". Si j'arrive à mentir, je gagne, mais si tu réussis à m'attraper quand je mens, tu gagnes !

Ils font une première tentative ; G.B sort un petit tas d'objets et affirme :

- Il reste 6 bleus dans le sac.

A sa demande, l'enfant écrit le chiffre sur le tableau et vérifie en comptant à rebours, partant de 10 et ôtant tous les objets bleus en vue. Il est d'accord avec le chiffre annoncé.

- Il reste 6 rouges déclare ensuite G.B

.../...

- 6 rouges, répète Gaël, 6, 7, 8, 9 (il rajoute les rouges étalés sur la table) : menteur !

Ils continuent de même avec les autres couleurs et l'enfant ne se trompe pas, mais au fur et à mesure, il n'a pas inscrit sur le tableau les objets enlevés et les objets restants. G.B lui conseille de récapituler : pour les rouges, le chiffre annoncé était 6 et Gaël avait dit menteur. A ces six, il rajoute les 3 qui sont sur la table, ce qui confirme son jugement. Mais ne sait plus comment faire pour obtenir 10 rouges en tout. Il faut l'aider :

- Combien y en a-t-il en tout ?
- 10
- Et là combien ? (sur la table)
- 3
- Alors il en reste...
- 7.

(Maintenant Gaël ne présente plus, comme auparavant, la même attitude d'échec face à la soustraction, cette sorte de refus qui semblait apparaître dans les premières séances. Il la manipule actuellement plus facilement, mais sans toutefois pouvoir l'utiliser à chaque fois que c'est nécessaire ou tout au moins plus utile. Ainsi quand il a 10 et 3, il sait qu'il faut "faire 10 - 3" pour trouver ce qui "reste" (but de la soustraction), mais lorsqu'il avait 6, puis 9, et qu'il voulait 10, le problème lui semblait totalement différent).

G.B lui fait ensuite compléter la ligne des "enlevés" mais il se trompe et écrit 5 jaunes au lieu de 5 verts, ce que G.B lui fait rectifier, avant de lui demander comment, si on n'avait pas rectifié, on se serait rendu compte de l'erreur.

Le tableau est le suivant :

	bleu	rouge	jaune	vert
Tout	9	10	6	10
enlevés	3	3	1	5
reste	~~5~~ 6	7	5	5

Gaël n'arrive pas à fournir l'explication demandée, mais peut-être est-ce dû au fait qu'il a le tableau complet sous les yeux. Peut-être, s'il n'avait eu en vue que la colonne :

jaune
6
5
5

.../...

aurait-il pu justifier plus facilement l'erreur. Il faut donc lui donner la solution.

4 - *Symbolisation par des étiquettes.*

95 Ils en viennent à un nouveau jeu : des groupes d'objets sont figurés par des papiers. G.B va mettre dans un sac des papiers qui représenteront les objets que Gaël mettra dans l'autre sac : par exemple, il écrit 6 verts sur un papier et Gaël met 6 objets verts dans le sac. Il fait ainsi un certain nombre de papiers

verts	verts	rouges	rouges	verts	jaunes	jaunes	rouges
6	4	5	7	3	9	3	5

100 et ils emplissent chacun leur sac, puis les échangent, Gaël tenant alors celui qui contient les papiers.

- "Est-ce que tu peux dire combien il y a d'objets rouges dans mon sac ?"demande G.B. "Je ne te le laisse pas ouvrir, mais tu peux ouvrir le tien".

105 - Alors là c'est sûr que je sais ! répond Gaël en ouvrant son sac, souriant.

Il trouve un premier papier : | rouges | 7 | et déclare :

- 7 rouges !

- C'est tout ?

110 Il vérifie alors tous les petits papiers et additionne les chiffres inscrits sur tous ceux indiquant la couleur rouge :

7 + 5 + 5 = 17.

Il écrit 17 sous le tableau précédent, puis compte les autres couleurs et inscrit également le résultat trouvé :

	bleu	rouge	jaune	vert
Tout ⋮				
	0	17	12	13

115 Lorsque G.B lui demande s'il est sûr des résultats qu'il vient de trouver, l'enfant se montre encore un peu hésitant et préfèrerait vérifier. Ils recomptent tous les deux ensemble. Pour les verts, il explique :

"6 et 3, 9. Et 4... Si on a 4, on enlève une unité (pour la rajouter

120 à 9) ça fait 10 et comme là on en a enlevé une, ça fait 3, alors ça fait 13".

.../...

Puis G.B écrit le nombre d'objets qu'il va enlever (théoriquement) : 10 de chaque couleur, et Gaël, sans hésitations, trouve le nombre qu'il restera dans chaque série.

5 - *Présentation du jeu du marchand.*

125 Plutôt qu'une autre manipulation, G.B lui propose ensuite un nouveau dessin : il s'agit de sacs contenant 25 voitures, puis un carton de 6 sacs de 25 voitures. Il fait un tableau.

(Cette manipulation vise à introduire des variations de rapports didactiques avec Gaël, en lui donnant la possibilité de les contrôler, de maîtriser la situation).

(cartons de 6 sacs)	(sacs de 25 voitures)	(voitures seules)
2	5	0
	(17)	

"Dans une pièce, il y a 2 caisses, 5 sacs et 0 voiture seule. Combien y a-t-il de sacs de voitures ?"

130 - 5, répond Gaël

- Il y a 5 sacs tout seuls, mais il y en a dans les cartons. Si on aligne tous les sacs, il y en a combien ?

Gaël trouve alors la solution, mais lorsque G.B lui demande si le nombre de voitures a changé, il répond que oui...

135 En fait, lorsqu'il explique sa réponse, il a plutôt voulu dire que c'est le nombre de sacs "sortis" qui a changé. Suit une explication de G.B pour lui montrer que le nombre de sacs n'a pas changé, mais il pense toujours qu'il n'y a plus le même nombre de voitures.

140 G.B s'éloigne alors du sujet et termine la séance en le faisant compter à rebours, ou de 2 en 2, ... ce que Gaël réalise fort bien : (57, 56, 55....)

(0, 2, 4, 6, ...)

.../...

5ème séance : *Abord de la numération en base différente de la base 10, à travers le jeu du marchand. Séance de prise de contact avec les diverses phases du jeu.*

1 - *Mise en place du jeu du marchand.*

La séance débute par un rappel de ce qui a été fait la fois précédente et G.B s'inquiète de savoir si Gaël a vu le rapport existant avec la numération : celui-ci semble étonné de la question, prend un air sérieux comme s'il se la posait intérieurement mais ne répond pas.
Apparemment, il n'a pas envisagé ce rapport.
Abandonnant là la question, ils cherchent comme d'habitude ce qui a été source d'échec dans la semaine, mais puisque l'enfant dit que rien ne lui a paru difficile, ils vont poursuivre leurs activités quant aux notions de dénombrement, de numération.

Ils vont recommencer le jeu avec les caisses dans lesquelles on mettait six sacs de 25 voitures. Tout en expliquant, G.B dessine le tableau qu'il avait fait pendant la séance précédente.

	25	
2	5	

"La question que je t'avais posée, dit G.B c'était : on a pris 2 caisses et 5 sacs, puis on a vidé les caisses et on a aligné tous les sacs contre le mur (tout en parlant, il écrit les chiffres sur le tableau). Combien y-a-t-il de sacs alignés contre le mur ?"

Comme la fois précédente, Gaël répond : "5".

(Cette réponse confirme les remarques déjà faites : Gaël a de la peine à attribuer deux propriétés à un même ensemble. Il conçoit qu'il y a deux caisses qui contiennent chacune un certain nombre de sacs, mais, à partir du moment où elles interviennent dans l'énoncé en tant que caisses, elles le restent dans l'exercice, elles ne peuvent pas se changer en sacs).

G.B redessine deux caisses et lui dit qu'on les vide et qu'on aligne tous les sacs, il doit trouver combien il y en a. Il répond alors : "Comme je sais que 6 et 6 ça fait 12... et 5 sacs... 17".

Il écrit le chiffre dans le tableau, mais G.B remarque qu'il fait ses chiffres à l'envers, c'est-à-dire en commençant par la fin : 4,2

il consacre quelques secondes à lui montrer comment on les trace.

2 - *Gaël apprend à gérer un stock de marchandises*

Le but de la manipulation du jour est de tenir la comptabilité d'un magasin, d'enregistrer le nombre d'objets sortis et de noter les commandes.

G.B et Gaël parlent des bonbons que ce dernier achète dans les supermarchés et G.B lui raconte leur fabrication. Tout en l'écoutant, l'enfant semble rêver, être ailleurs. G.B lui demande ce qu'il se passe et Gaël lui explique qu'il imagine la machine, qu'il la fait marcher dans sa tête et il raconte comment fonctionne d'après lui cette usine.

Puis ils passent à la manipulation. G.B propose :

- On va faire une devinette : je vais te dire ce que le marchand commande, tu l'écris, on met les objets dans le sac.

Il a commandé 2 caisses et 3 voitures".

Tout en parlant, G.B découpe des bouts de papier. Un sac de tissu va servir de magasin.

Sur l'un des morceaux de papier, il écrit 2 caisses, sur un autre 3 sacs et il met les 2 dans "le magasin".

Gaël a écrit ces chiffres dans le tableau.

Le magasin a donc en réserve 2 caisses et 3 sacs de voitures.

Gaël tient le rôle du client et vient acheter deux voitures.

G.B regarde les 2 papiers qu'il a dans son magasin, lit "2 caisses" et "3 sacs" et demande à l'enfant comment il faut faire.

Celui-ci déclare qu'il faut prendre deux voitures dans un sac. G.B remet donc les "2 caisses" dans le magasin et défait un sac. Puis il demande à Gaël ce qu'il doit écrire, mais celui-ci ne sait pas, il semble un peu perdu.

- Qu'est-ce que je dois faire ? demande G.B
- Prendre 2 voitures d'un sac
- Et les deux autres sacs, qu'est-ce que j'en fais ?
- Tu les laisses.

G.B prend donc un nouveau papier, sur lequel il écrit 2 sacs, il le met dans le magasin et demande à l'enfant ce qu'il reste dans l'autre sac.

- Dans un sac, il y a 25 voitures, répond Gaël. On en a enlevé deux donc il en reste 23.
- Alors qu'est-ce que je dois écrire ?
- 23 ? (il n'a pas l'air convaincu)

G.B lui explique clairement ce qu'ils viennet de faire, puis ils font le bilan de la journée.

.../...

2	3	
		2
2	2	23

Lorsque G.B demande à Gaël ce qu'il y a dans le magasin, il regarde le sac en tissu et répond :"3 sacs".

- "Tu es sûr ? On parie ?"

L'enfant prend les papiers et lit, puis écrit les chiffres exacts, et étale les 23 voitures sur la table, s'apercevant alors de son erreur.

Puis le jeu se poursuit : G.B raconte ce qui se passe et à un moment donné, l'enfant devra deviner ce qu'il y avait dans le sac. Gaël écoute attentivement.

- un monsieur arrive et dit : "je suis instituteur et dans ma classe il y a 25 élèves. Je veux acheter une petite voiture pour chacun de mes élèves".
- Il y a 25 élèves ? il faut une seule voiture pour tout le monde ?
- une seule voiture pour chaque élève. Une pour chacun
- Il faudrait qu'il prenne 25 voitures, déclare Gaël
- Tu es le marchand, qu'est-ce que tu choisis de lui donner ?

L'enfant réfléchit et répond :

- un sac.

Au moment d'écrire sur le tableau ce qu'il a vendu, Gaël marque : 25 voitures, il admet la transformation 25 voitures = 1 sac, mais ne s'en sert pas car il n'est pas convaincu que le résultat sera le même. G.B le reprend car il l'inscrit dans la colonne des sacs. Gaël rectifie, et le tableau est alors le suivant :

2	3	
		2
2	2	23
		25

G.B lui demande alors ce qu'il reste dans le magasin et lui permet de calculer, pendant que lui-même exécute la manipulation avec les petits bouts de papier.

.../...

(On remarque, depuis le début de la séance que G.B a repris une attitude directive, recréant la situation didactique introduite au cours de la séance précédente, et l'enfant le ressent car il est grave, sérieux, et adopte des postures, des attitudes que l'on pourrait qualifier de "scolaires".)

Gaël paraît un peu hésitant, et G.B vient à son secours :
90 - Il faut donner 25 voitures à l'instituteur. Si je lui donne 23 voitures est-ce qu'il va être content ? qu'est-ce qu'il va dire ?
- Il va dire "je voudrais 2 voitures de plus"
- si je lui donne ces 23 voitures, dit G.B en désignant celles qui sont alignées sur la table, qu'est-ce qu'il reste ?
95 - 2 sacs
- et encore ?
- 2 voitures...

(En fait, il reste 2 sacs dans le magasin d'une part, et d'autre part il faut donner encore 2 voitures à l'instituteur, il reste 2 voitures à vendre).

Il y avait 2 caisses, 2 sacs et 23 voitures, dit G.B.
Je lui donne les 23 voitures, il va rester combien de voitures seules ?
100 - Deux...

L'enfant ne sait plus très bien ce qui se passe et G.B lui propose de faire ce que dit l'histoire : ils font deux sacs de 25 voitures, puis ils utilisent des sacs en tissu pour figurer les caisses, en mettant un papier portant l'inscription "6 sacs" dans chacun, enfin Gaël
105 compte 23 objets qu'il aligne devant lui (c'est la vitrine du magasin).

G.B achète 25 voitures ; l'enfant prend les 23 voitures devant lui, les met dans un sac, puis ouvre un autre sac, pour en sortir 2 voitures supplémentaires. G.B va poser les voitures achetées dans un coin et pendant ce temps, l'enfant doit écrire ce qu'il reste d'après lui. Il
110 s'apprête à écrire 2 caisses et 2 sacs, mais G.B lui fait remarquer que l'un des 2 sacs contient 2 voitures de moins. Il reste donc 2 caisses, 1 sac et 23 voitures que G.B demande à Gaël de mettre devant lui, alignées.

Puis, il tentent un nouvel essai. Cette fois-ci, c'est encore un instituteur (G.B en l'occurrence) qui entre dans le magasin :
115 - "bonjour monsieur, je suis instituteur et dans ma classe il y a 25 élèves je voudrais donner un petit jouet à chacun. Est-ce que vous pourriez me les préparer que je puisse les emporter tout de suite, je vous prie ?"

.../...

Gaël commence la même opération que tout à l'heure, c'est-à-dire qu'il s'apprête à prendre d'abord les 23 voitures qu'il a devant lui.

- Est-ce que vous ne pourriez pas m'en donner tout de suite 25 ? demande le client.

Gaël va alors chercher un sac complet. G.B lui demande ce qu'il faudra écrire dans le tableau, la réponse de l'enfant est :

- 25 voitures.

Puis il fait l'inventaire et compte 2 caisse, plus de sacs, et 23 voitures (il hésite entre 23 et 25).

Le tableau se présente alors ainsi :

2	2	23
		25
2	1	23

G.B tente de lui faire comprendre qu'il a pris un sac, et non 25 voitures "en désordre",et pour cela il lui pose des questions sur la manipulation, auxquelles Gaël répond en serrant les poings, soucieux de répondre correctement et conscient de la situation d'apprentissage. Il reconnaît que c'est plus rapide de donner un sac au lieu de 25 voitures consécutives.

Anticipation sur le résultat à venir avant de manipuler

G.B propose une nouvelle tentative

- On parie cette fois ? demande Gaël avec un sourire, démontrant ainsi qu'il a hâte de revenir au jeu, dans lequel il se sent plus en sécurité car il est plus en retrait par rapport à la situation scolaire.

G.B accepte, mais cette fois-ci ils vont simplement supposer qu'ils enlèvent les objets du magasin.

C'est à nouveau un instituteur qui est censé se présenter chez le marchand :

- mes deux collègues ont offert des voitures à leurs élèves, je vais moi aussi acheter un sac, comme eux. Je voudrais 25 voitures".

- Tu vas me dire tout de suite ce qui lui restera, demande G.B. Tu cherches comme tu veux, puis tu paries.

Gaël reprend son tableau, mais il n'a pas compris exactement ce qu'on fait. G.B lui répète les consignes, et pour s'assurer qu'il les a comprises, ils font un essai avec un achat de 10 voitures. Gaël réussit ses prévisions, puisqu'elles s'avèrent justes à la vérification. Il reste alors : 2 caisses et 13 voitures :

.../...

Ils peuvent donc revenir au pari précédent :
- tu vas lui donner 25 voitures (sous-entendu : "en désordre") ou un
155 sac ? questionne G.B

Comme aux deux premiers essais, Gaël s'apprête à utiliser les objets étalés sur la table et il complètera en ouvrant un sac.

(Apparemment les suggestions faites par G.B n'ont pas porté leur fruit. Gaël n'a pas établi le lien entre un sac et 25 voitures. Il y a 25 enfants différents, donc pour être sûr de donner une voiture à chacun il pense qu'il faut les prendre une par une. S'il donne un sac, il n'aura pas la certitude d'avoir réalisé ce qui lui était demandé car il ne traduit pas spontanément 1 sac = 25 voitures, et encore moins 25 voitures = 1 sac).

Il écrit donc ses chiffres dans le tableau et G.B le laisse réfléchir pour savoir ce qu'il va rester. La réflexion de l'enfant est
160 assez obscure :
"Dans un carton il y a 6 sacs de 25 voitures. On enlève un sac (carton), on regarde combien il y a de voitures (sacs) : il y en a 5. Comme il y en avait un autre (carton), ça fait 6 (sacs), alors ça fera 11 voitures, sans le sac que j'ai enlevé... 11 voitures, et avec tout ce que j'ai
165 enlevé (il compte 11 + 13) ça fait 24".

(Les commentaires entre parenthèses sont rajoutés pour préciser ce que l'on suppose que Gaël a voulu dire. On remarque au cours de ce monologue que l'enfant, au départ, achemine correctement sa pensée. Mais à un moment il fait une confusion entre deux mots et remplace "carton" par sac puis "sac" par voiture (car le matériel utilisé porte effectivement à confusion) sans que son raisonnement en soit modifié. L'idée à formuler est relativement longue et Gaël, à moment donné, ne sait plus où il en est. Il se souvient de la dernière chose qu'il a prononcée : "11 voitures", et raccroche ce souvenir à ce qu'il a devant lui : il ajoute des voitures à d'autres voitures).

G.B lui demande d'écrire son résultat, mais auparavant il mime la scène car il semble avoir des doutes. Au moment où il va donner les 25 voitures, G.B l'arrête et lui demande d'où il les sort. Alors il se produit comme un éclair dans l'expression du visage de l'enfant,
170 et il prend un sac dans une caisse.
G.B lui fait écrire son résultat :

2	0	13
		25
1	5	~~13~~

.../...

puis ils parient, miment la scène et vérifient que l'enfant ne s'est pas trompé.

COMMENTAIRE

A propos de cette séance, G.B rappelle que son but est de travailler la numération et, dans le cas présent, de permettre à Gaël de traiter un nombre tel que 123 en une centaine, deux dizaines et 3 unités pour qu'il comprenne que, dans la soustraction, s'il enlève 4 unités, il faudra qu'il défasse des dizaines comme il a défait des sacs lorsqu'il n'avait pas assez d'objets seuls. Cette activité, il est capable de s'y adonner pendant un temps encore très court, et il a des problèmes "techniques" pour changer de niveau, pour adapter la façon d'opérer à une nouvelle situation, même peu différente de la première.

M.P remarque que le tableau présenté par G.B loin de faciliter les choses, les rendait longues et difficiles. Il a retenu aussi le moment où Gaël a dit qu'il faisait marcher la machine dans sa tête car très souvent il se montre ainsi : on a l'impression qu'il regarde dans sa tête quelque chose qui n'est pas en rapport avec ce qu'on fait ou ce qu'on dit. Cependant il a le même comportement quand il "écoute ce qu'on dit" et quand il "regarde dans sa tête", c'est pourquoi on dirait parfois qu'il "retombe sur terre" sans avoir prêté attention à ce que l'on fait. Si à ce moment-là, on découpe du papier dans un but précis et qu'on lui demande ce qu'on fait (sous-entendu quel est le but de la manipulation) il répond : "tu coupes du papier" car manifestement, il n'était plus là.

Au niveau des positions didactiques, G.B pense qu'il faudrait différencier le moment du jeu, le moment des paris, etc... Actuellement, "l'explication" dure trop longtemps, il a l'impression de perdre du temps, mais P.R lui signale que ce n'est pas du temps perdu : la compréhension du jeu est essentielle puisque l'on envisage de se servir du même jeu à la séance suivante.

En fait, note G.B, on utilise régulièrement le même type de jeu : on a un sac, on enlève des objets et il faut deviner ce qu'il reste. A travers cela, on "fait passer" toute la numération, c'est-à-dire les additions et soustractions de vecteurs, les additions et soustractions de nombres, les transformations. Ainsi, lors de la prochaine séance, avant la fin de la semaine pour que Gaël se souvienne bien de celle-ci, il faudra réutiliser le même jeu, avec les mêmes nombres et c'est là que l'on verra si l'on a perdu du temps : s'il a compris le jeu, s'il est capable d'anticiper, c'est qu'il aura intériorisé une base importante qui lui permettra de progresser. Tandis que s'il ne se rappelle plus les règles, s'il est perdu, on aura affaire à une difficulté de compréhension,

.../...

d'investissement au niveau de l'action. Apparemment, Gaël fait tous les efforts possibles pour comprendre.

Mais à ce sujet, M.P s'interroge : en fait, sur quel objet portent ces efforts ? Il y a effort, mais il y entre beaucoup de questions sur le but poursuivi, Gaël doit se demander : "Qu'est-ce qu'il veut me faire faire ? pourquoi est-ce qu'il me dit ça ?"

C'est pourquoi G.B pense que la modification des rapports didactiques est importante : on a vu qu'il fallait avertir Gaël de ce qu'on faisait et le contrôler rapidement, et lorsqu'il faut anticiper, il assume son anticipation. Il faudrait demander à l'institutrice, selon l'avis de G.B de recréer une telle situation en classe : apprendre un jeu aux élèves, les faire jouer 2 - 3 fois de suite, puis leur demander de parier et observer la réaction de Gaël.

GX. pense que ces difficultés sont dues en partie à la confusion causée par le matériel : des sacs figurant des cartons, appelés parfois caisses, d'autres sacs représentant réellement des sacs, etc...

Selon G.B, chez Gaël l'équivalence ne fonctionne pas du tout au niveau de la manipulation : pendant longtemps, il a oublié que les sacs contenaient le même nombre de voitures, ce qui signifie qu'il n'a pas repéré l'importance entre les voitures, les sacs et les caisses.

"On a l'impression d'une adhérence au réel" signale GX. Toutefois, M.P remarque que, au cours du jeu, dans l'esprit de Gaël on demande des voitures, pas des sacs. Son attitude ne prouve pas forcément qu'il ne conçoive pas l'équivalence, il conçoit de donner quelque chose en passant par une action, qui nécessite de rassembler les voitures, mais lorsqu'on utilise les sacs le modèle d'action est changé.

G.B termine ce commentaire en résumant sommairement la situation : il apparaît que Gaël n'est pas bloqué, il a des difficultés de transformations (25 voitures = 1 sac), mais maintenant, il sait comment on va opérer. Il doit pouvoir écrire des nombres sous des formes différentes, les décomposer, il va donc falloir travailler encore la soustraction et l'addition, utiliser les paris, puis revenir assez rapidement à des "paquets" de 10 et 100.

.../...

6ème séance :

G.B essaie d'apprendre à l'enfant à calculer en se servant des données mais sans se référer constamment aux objets de la situation, qui ne doivent servir qu'à la vérification des calculs.

1 - *Mise au point concernant le matériel.*

Contrairement à l'habitude, il s'est écoulé moins d'une semaine entre cette séance et la précédente car elle se présente comme un contrôle des apprentissages fait par Gaël : il s'agit de vérifier si la dernière séance a porté ses fruits.

En l'interrogeant, G.B s'aperçoit que l'enfant se souvient bien de ce qui a été fait. Aujourd'hui, le jeu va suivre le même principe mais pour amoindrir les confusions dues au matériel, les caisses sont constituées par des boîtes en carton dans lesquelles on a mis 6 sachets de 15 cubes (les voitures ont été remplacées par des cubes).

Une table tient lieu de réserve, et un prétendu camion vient livrer le matériel, que Gaël et G.B s'affairent à inventorier : il y a :

- 3 cartons (de 6 sacs)
- 5 sacs (de 15 cubes)

Prenant son rôle au sérieux, Gaël s'inquiète :

- On n'a pas livré de cubes !.

(Il entend par là : des cubes seuls. On remarque ici le lien spontané que Gaël établit avec le jeu précédent : il y a toujours eu des caisses, des sacs et des objets isolés trop peu nombreux pour constituer un sac, et il essaie tout de suite de rétablir la même situation, pour se trouver sur "un terrain connu").

G.B lui apporte donc 8 cubes et lui présente un tableau qu'il a préparé pour tenir la comptabilité.

Ils écrivent ce qu'il y a dans le magasin.

caisses	sacs	cubes
3	5	8

2 - *L'enfant mime la situation puis compte les objets qui restent.*

G.B va tenir le rôle des différents clients et Gaël celui du commerçant, tandis que le premier prépare les commandes, le second va chercher ce qui lui est demandé.

1er client :

Sur un papier, G.B écrit : 15 cubes.

Gaël prend les 8 éparpillés sur la table, en ôte 7 d'un sac, porte le tout au client et écrit ce qui lui reste, se fiant à ce qu'il y a sur

.../...

la table de la réserve : il compte 3 caisses, 4 sacs, et s'apprête à compter les cubes. G.B l'arrête et lui demande s'il ne pourrait pas d'abord essayer de trouver sans compter, puis parier, mais l'enfant préfère vérifier : il compte 7.

G.B lui propose de parier, ce qui l'étonne, car il dit en riant :

- mais c'est sûr que c'est vrai là !

Pourtant, en vérifiant, ils trouvent 8 et Gaël s'aperçoit qu'il a dû mal compter.

3 - *Il essaie de faire le bilan avant de livrer les objets :*

2ème client :

Il commande, toujours sur un papier : 1 carton, 2 sacs, 9 cubes. G.B demande à Gaël d'écrire en vert sur le tableau ce qu'il va vendre, puis ce dernier va dans le magasin chercher ce que demande le client : il prend le carton et 2 sacs, puis retourne contrôler sur sa feuille le nombre de cubes voulu. Il demande s'il peut ouvrir un sac, ramène le tout et se plonge dans une longue réflexion pour évaluer la marchandise restante, sans regarder dans le magasin. Il écrit 2 cartons et 2 sacs puis bute sur les cubes. G.B le laisse chercher quelques instants puis l'envoie compter : il y a 14 cubes et 1 sac.

(Il est étonnant de voir à cet endroit la difficulté éprouvée par l'enfant pour enlever 9 de 8. Ce serait tellement facile de faire l'opération inverse qu'il est décontenancé d'être confronté à cet obstacle. S'il y avait eu 14 ou 15 au lieu de 9, sans doute aurait-il pensé à "défaire" un sac dans sa tête. Mais là il panique et il est sauvé quand on lui permet de se raccrocher au réel, de manipuler les objets).

Après cette deuxième commande, G.B lui explique l'un des buts poursuivis :

- Il faut apprendre à deviner combien il reste de sacs sans être obligé à chaque fois de regarder. C'est comme ça que font les vrais marchands.

Gaël commence à se passionner pour ce jeu et attend impatiemment la commande suivante.

.../...

4 - Gaël livre d'abord les objets comme au début, mais établit le bilan écrit de ce qu'il reste avant de compter réellement.

3ème client :

15 cubes.

- "oh ! 15 cubes... s'exclame Gaël"

Et il semble, à ce moment, q'uil s'est produit un déclic : il va directement chercher 1 sac. Pour la première fois, d'autorité, il s'est dit 15 cubes = 1 sac, mettant en application la notion d'équivalence.

Il note alors ce qu'il reste : 2 cartons, 0 sac, 14 cubes. Ils engagent ensuite leur pari habituel, sans lequel ce ne serait plus suffisamment un jeu, et Gaël éprouve une véritable joie à frapper vigoureusement la main de son compagnon.

4ème client :

Depuis le cébut de cette séance, Gaël n'est plus du tout sous contrôle et il semble assez décontracté, plus à l'aise dans ses manipulations du fait qu'il maîtrise bien le jeu et se trompe plus rarement lors de ses anticipations.

Commande : 3 sacs et 5 cubes.

- Hum, hum, fait Gaël, vous êtes pressé ?
- oui, le temps c'est de l'argent ! plaisante le client.

Gaël compte 5 cubes, sort 3 sacs d'une caisse et donne le tout à G.B, dans le carton qu'il vient d'ouvrir car G.B le lui réclame pour que ce soit plus facile à transporter.

Lorsqu'il fait le bilan de la vente, Gaël écrit 1 carton, 3 sacs et compte à rebours sur ses doigts, de 14 à 9, pour trouver le nombre de cubes.

5ème client :

1 sac - 12 cubes.

Pendant que G.B inscrit cette 5ème commande, il s'engage une conversation qui dénote de l'atmosphère détendue de cette séance, tous deux plaisantant sur le type de personnes auxquelles pourraient être destinés ces cubes : les parents, les enfants, les bébés, etc...

Gaël réunit les éléments de la commande et G.B lui suggère de ranger les 12 cubes dans un autre sac, pour des commodités de transport, ce qui crée une petite diversion et l'amusement de Gaël car le sac est percé.

Pendant qu'il fait son bilan, Gaël donne l'impression de dominer la situation, pourtant il se bloque à nouveau lorsqu'il doit

.../...

compter le nombre de cubes car il a reconnu la difficulté précédente :
il faut soustraire 12 à 9.

G.B lui donne "un truc" :
on défait un sac, on y ajoute les 9 cubes, ainsi on en a 24. Puis il lui demande :
- combien en as-tu pris ?

Sans répondre à la question, Gaël évalue le bien fondé de cette procédure et reconnaît :
- ah oui, c'est bien...

5 - *Difficultés pour le changement de dizaines dans le compte à rebours.*

Il semble être en train de s'approprier ce raisonnement, puis va l'appliquer, mais pour faire 24 - 12, il compte à rebours, et d'une étrange façon :
- 24 - 23 - 22 - 21 - 10 (il regarde G.B) 9 - etc... jusqu'à 2.
- Deux, il t'en reste ? Regarde derrière toi, est-ce que tu crois que c'est ça ?

Manifestement non.
G.B lui demande de répéter son compte à rebours et il écrit au fur et à mesure : 24... 21 - 10
- Si j'enlève 1 à 21, combien il reste ? demande G.B
- 10... 12 ?
- 24 - 1 = 23 23 - 1 = 22 21 - 1 = ?
- 0

G.B finit par lui donner la solution : 21 - 1 = 20 et lui que c'est là que ça n'allait pas. Il lui propose alors de compter les cubes, mais Gaël préfère parier.

Après encore quelques hésitations, ils trouvent le nombre de cubes.

6 - *Deuxième commande.*

6ème client :

14 cubes.

G.B demande à Gaël s'il ne préfère pas faire ses comptes d'abord et livrer après (pas de contrôle, seulement des suggestions), mais Gaël refuse.

Il prend les 12 cubes qui sont sur la table, puis en sort deux d'un sac et calcule ce qu'il reste : 1 carton et 13 cubes.
- Tu es prêt à parier ?
- Je suis prêt à parier !

.../...

125 Il se trouve qu'en vérifiant ils constatent une erreur et pendant un moment, Gaël ne comprend plus, mais en fait, c'est parce que l'on s'était trompé en mettant les 15 cubes dans le sac.

Il demande à rejouer au même jeu lundi. G.B dit qu'on s'en occupera plus tard, mais auparavant, il faut terminer ce que l'on
130 a entrepris :

- oui, c'est important ! conclut Gaël.

cartons	sac	cubes	6e séance
3	5	8	15
3	4	8	
1	2	2	
2	1	14	
2	0	14	
	3	5	
1	3	9	23
[illegible]	1	12	
1	1	12	
[illegible]		14	
1	0	13	

COMMENTAIRE

Aujourd'hui, on a retrouvé une difficulté connue : la confusion due au matériel, et G.B s'est rendu compte de l'erreur faite lorsqu'on a voulu passer aux étiquettes (4° séance) car Gaël imagine mal ce qu'elles représentent, il faut que le matériel soit là.

D'autre part, M.P a remarqué un renversement de la situation lorsque Gaël vers la fin, a décidé de parier au lieu de vérifier : il veut prendre un risque. Cette fois-ci son action se structure à partir de ce qui constituait son problème, à savoir le risque et il se détermine en fonction de ce risque.

A ce propos, G.B remarque qu'il faut conserver une authenticité dans le rapport, ne pas s'enfermer dans un travail sur le risque. Le désir d'anticipation est l'occasion de vaincre les difficultés cognitives : on lui a permis de mettre son problème à distance, il faut maintenant lui permettre, avec cette attitude, de refaire les expériences qui ont échoué au cours des deux années d'apprentissage. Il y a des phénomènes dont il n'a pas pu se rendre compte, par exemple on peut se demander d'où vient le fait qu'il passe de 21 à 10 lorsqu'il compte à rebours.

M.P signale que Gaël s'est trouvé dans la situation habituelle d'une limitation dans ses initiatives (il ne doit pas enfreindre certaines règles qu'il s'est fixées lui-même) et pour la première fois, il y a eu une transition : il a demandé l'autorisation d'ouvrir le sac. M.P a remarqué également une initiative directe de Gaël lorsque G.B lui a présenté le tableau et que, se référant à la dernière séance, il s'est exclamé : "mais j'avais pas fait ça moi !"

Cette phrase a joué un rôle pour G.B car elle lui a rappelé qu'il avait enfermé l'enfant dans une situation didactique. Il a donc essayé cette fois-ci de limiter les interventions de contrôle, de se désinteresser de la manière dont les choses se font à partir du moment où Gaël intériorise le jeu, mais il fallait en sortir, et maintenant on peut se servir des "paris" pour les apprentissages, il y a eu une rupture des rapports didactiques.

* Un fait paraît évident à G.B, c'est qu'un enfant rencontre quantité de pièges à déjouer dans les opérations telles que la soustraction, l'addition, et il faut l'aider à passer outre. Pour lui, le temps consacré, la séance précédente à se familiariser avec une expérience a été rentabilisé, car tout ce qui concerne la numération peut actuellement être engagé. Une situation pédagogique convenable, dans un rapport différent, peut être exploitée comme occasion pour l'enfant de remettre en causes ses connaissances dans un rapport différent.

.../...

* Il s'est produit un retour à la situation didactique sans contrôle utilisée lors de l'apprentissage des paris, c'est Gaël qui a actuellement la responsabilité du déroulement des évènements. Il faudrait maintenant lui apprendre à intérioriser sa propre méthode de raisonnement : si un professeur prétend lui imposer un autre système, il faut qu'il ait sa propre défense, qui semble très importante pour qu'un enfant ait la parole en mathématiques.

D'autre part, G.B s'aperçoit que le nombre de conditions que doit respecter l'enfant est très important : quelques conditions de plus peuvent bloquer le raisonnement.

7ème séance :

Travail de la numération dans un exercice de comptage à rebours puis poursuite des activités de la séance précédente.

1 - Comptage à rebours.

Consultant les exercices résolus cette semaine par Gaël, G.B constate que beaucoup sont justes et fait part à l'enfant de son observation. Puis, instaurant une liaison avec la séance précédente, il lui demande s'il se souvient que la dernière fois,"ça n'allait pas pour compter à l'envers". Il essaie de lui faire retrouver son erreur et, clignant des yeux, Gaël finit par se remémorer tant bien que mal la suite de nombres : 23 - 22 - 21 - 10, et la rectification qu'il avait dû apporter.

G.B lui propose ensuite un jeu (ayant un rapport avec cette difficulté) : il commence une suite de nombres et Gaël doit continuer.

G.B dit :

- 34, 33, puis s'arrête

Gaël continue :

- 32, 31, 30, 29 etc.... 27
- Quand je dis "top" on change de sens, intervient G.B : TOP !

Gaël continue la suite en changeant de sens :

- 27, 28, etc...

Jusqu'à 43, G.B dit à nouveau "top", et on observe alors quelques hésitations lors du passage de 40 à 39.

Puis G.B continue le jeu avec une série de nombres voisins de 60 - 70 et une autre autour de 80 - 100. Gaël répond tout à fait correctement, avec parfois quelques hésitations mais surtout un effort accru quand les nombres sont très élevés ou lorsque, en comptant à rebours, il faut passer d'une dizaine à l'autre.

2 - L'enfant essaie de calculer sans avoir recours à la manipulation.

G.B fait cesser le jeu après quelques minutes et propose :

- tu veux qu'on joue comme l'autre jour ?
- à parier et tout ?
- oui.
- D'accord !

.../...

(Selon toute vraisemblance, le pari tient une place privilégiée ***dans*** *les activités de Gaël au cours de ces séances et le stimule dans* ***ses*** *recherches, ce qui est d'ailleurs l'effet souhaité. On le remarque d'autant plus dans sa réplique "à parier, et tout ?" qui, bien que* ***calquant*** *une expression familière, montre bien qu'il envisage d'une part le rite du pari, et d'autre part tout le reste, la mise en scène, les personnages, les calculs, les anticipations, les vérifications etc...)*

Ils recommencent donc le jeu du marchand, et l'enfant doit tout d'abord emplir son magasin, puis écrire l'inventaire, au feutre noir :

1 carton - 3 sacs - 8 cubes.

Consciencieusement, il trace son tableau et écrit ces nombres sur la première ligne.

G.B intervient pour introduire une nouvelle règle dans le jeu : avant de livrer Gaël doit inscrire sur son tableau ce qu'il lui restera.

Ils font une première tentative destinée à aider l'enfant à bien comprendre le déroulement du jeu.

G.B écrit "15 cubes" sur un carré de papier puis demande à l'enfant de le noter sur son tableau et de dire ce qui restera d'après lui.

Gaël réfléchit un peu et se souvient qu'il y avait 15 cubes dans un sac. Il répond :

- 1 carton, 2 sacs et 15 cubes.
- 15 cubes ? interroge Brousseau
- oui puisqu'on n'a pas touché aux cubes...

Mais il s'aperçoit, en disant cela, qu'il y avait 8 cubes au début et rectifie. Sans doute avait-il répondu 15 cubes par analogie avec le nombre de cubes contenus dans un sac, nombre auquel il venait de faire intérieurement allusion.

Suivent le pari habituel, la livraison et la vérification, qui confirme les prévisions de l'enfant et lui donne de l'assurance.

<u>2ème commande</u>.

25 cubes, demande G.B

Gaël soupçonne quelque chose qu'il ne parvient pas à formuler. Il semble se dire en lui-même que 15 et 15 font peut-être 25, et dans ce cas il serait pratique de donner 2 sacs... Il "médite",

.../...

et G.B lui accorde de livrer d'abord s'il ne trouve pas, mais Gaël essaie tout de même de calculer.

- Combien peux-tu m'en donner tout de suite ? demande G.B
- 8
- si tu me donnes 8 cubes, que faudra-t-il que tu me donnes encore ?
- des cubes ...
- Combien ? insiste G.B

Gaël commence à compter, s'arrête, repart, en disant "10, encore 10, ça ne va pas..." puis il compte 3 fois 15 à 25, semblant à chaque fois incrédule quant au nombre de doigts censés représenter les cubes. Peut-être n'ose-t-il pas s'avouer qu'il n'y a que 10 entre 15 et 25.

Poursuivant sa réflexion à mi-voix, il murmure :

- 25 et 5, 30... si je faisais ça ?

"Ça" c'est-à-dire ouvrir deux sacs mentalement, prendre les 25 cubes parmi les 30 ajoutés aux 8 cubes étalés sur la table, puis prévoir combien il va en rester, mais apparemment il modifie sa stratégie. Il compte 15 + 8 = 23 puis déclare :

- il faudra en prendre deux du sac
- qu'est-ce qui va te rester ?
- 14 cubes
- et tu auras ouvert combien de sacs ?
- deux.

Il écrit son résultat puis G.B lui demande combien il aurait de cubes s'il ouvrait les 2 sacs et y ajoutait les 8 cubes. Gaël ne comprend pas bien ce que veut G.B, celui-ci laisse donc de côté cette question et reprend le raisonnement de l'enfant : avec un sac et les 8 cubes, on obtient 23 cubes, ce qui n'est pas suffisant. On prend donc les 2 qui manquent dans un autre sac, et G.B voudrait faire dire à Gaël combien il reste alors de cubes dans le 2° sac. Gaël répond 3, sans que l'on sache expliquer pourquoi, et peut-être d'ailleurs ne le sait-il pas lui-même, puis il finit par trouver 13 et parie une sucette qu'il gagne.

3 - *Gaël est mis à l'épreuve car en un temps très court la réserve du magasin va changer plusieurs fois.*

3° commande.

Pendant que G.B prépare cette 3ème commande, Gaël plaisante sur le fait que beaucoup de clients viennent chez lui (il fait un lapsus et dit "marchands" pour clients), et soudain il s'arrête net, comme si un éclair lui traversait l'esprit :

.../...

- Oh! ... il va falloir que j'entame le...
la main devant la bouche, il ne finit pas sa phrase.
- le carton ? dit G.B
- oui

Apparemment, c'est là une dure épreuve qui se prépare pour Gaël. G.B lui donne la commande : 1 sac et 10 cubes. Calculant ce qui va rester, Gaël écrit tout de suite 0 carton et semble heureux de se souvenir qu'il y avait 6 sacs dans un carton, ce qui implique que maintenant il en restera 5 et 3 cubes. Son affirmation est confirmée par la vérification.

G.B lui demande ensuite s'il veut continuer à servir ou s'il préfère commander du matériel supplémentaire, ce que choisit l'enfant. Auparavant, G.B lui demande dans laquelle des deux dernières commandes il y avait le plus d'objets : 25 cubes ou 1 sac et 10 cubes. Sans hésiter, Gaël répond : 25 cubes, et G.B doit lui faire comprendre l'égalité, puis ils approvisionnent le magasin : il y a alors 1 carton, 5 sacs, 13 cubes.

<u>4° commande</u> :

25 cubes.

Calculant ce qui va lui rester, Gaël écrit 1 carton, 4 sacs, mais semble appréhender d'avoir à chercher le nombre de cubes. Il vide mentalement un sac, comme le lui a dit G.B, mais se perd dans ses calculs. G.B l'aide à suivre son raisonnement : il y a 28 cubes (en défaisant un sac) et il doit en donner 25.
- Il faut que j'en enlève 3, du moins je crois... dit Gaël.

La vérification confirmant ses suppositions, ils vont continuer, mais il dit en avoir assez.
- tu veux qu'on arrête ? demande G.B
- non, mais j'en ai marre que le marchand vienne me déranger. Sinon j'aime bien ça être marchand...

4 - *<u>Difficultés à raisonner sur plusieurs ensembles modifiables</u>*.

<u>5° commande</u> :

Le client désire de nouveau acheter 25 cubes. Gaël l'écrit sur le tableau, dans la colonne des cubes, et calcule ce qu'il va lui rester : 1 carton, 3 sacs (il suppose qu'on va en ouvrir un), mais au niveau des cubes, cela ne va plus. Si l'on ouvre un sac, on a 15 cubes ; ajoutés aux 3 restants, cela fait 18. Or il faut en donner 25, donc il n'y en a pas assez et l'enfant conçoit qu'il faut ouvrir un autre sac. Il compte de 18 à 25, mais arrivé à 25 semble ne plus savoir à

.../...

quoi correspondent ces 7 doigts

- combien faut-il que tu m'en donnes ? demande G.B pour l'aider à se repérer.

- 7

- d'où vas-tu les prendre ?

- du sac

Cela déclenche la mise en route du mécanisme habituel, avec l'anticipation, le pari et la manipulation. Mais Gaël a laissé "3" inscrit dans la colonne des sacs au lieu de rectifer par "2" puisqu'il a ouvert un autre sac.

G.B lui explique pourquoi il s'est trompé :

- lorsque je te dis : "je veux 25 cubes", puisque cela fait plus d'un sac, tu as intérêt à compter combien cela fait de sacs et de cubes, en disant : "25 cubes, c'est 1 sac et 10 cubes".

Il lui fait refaire les deux dernières lignes du tableau, inscrivant ce qu'il restait dans le magasin : 1 carton, 4 sacs, 3 cubes, et la commande : 1 sac et 10 cubes, puis ce qu'il reste après la commande.

5 - *Mise au point sur le contenu de la séance.*

G.B demande à Gaël s'il sait ce qu'il a voulu lui apprendre ainsi, mais l'enfant a besoin qu'on le lui répète. G.B a voulu lui apprendre 2 choses :

- transformer le nombre de cubes en une certaine quantité de sacs et de cubes

- calculer en commençant par la colonne des cubes.

La séance s'achève ainsi, et tous deux bavardent, décident que la fois suivante ils "travailleront" avec des sacs de 15 cubes (G.B proposait des sacs de 10 cubes mais Gaël refuse).

Puis G.B dit à Gaël qu'ils se rencontreront encore pour 1 ou 2 séances et ensuite ce sera l'enfant qui décidera quand il voudra venir, s'il échoue quelque part.

.../...

carton	[illegible]	cube
1	3	8
		15
1	2	~~15~~ 8
		25
1	0	13
0	1	10
0	5	3
1	0	10
1	5	13
		25
1	4	3
		25
1	3	8

COMMENTAIRE.

Ce qui a été surtout retenu aujourd'hui est le type de relation qui s'est installé entre G.B et l'enfant, les liens affectifs qui s'établissent. L'une des premières remarques faites à ce propos est le fait que Gaël a demandé s'il viendrait dimanche, question déjà posée antérieurement. G.B souligne que si l'on compare les jours de congé de Gaël, le mercredi c'est avec la télé qu'il est, tandis que le dimanche c'est avec ses parents, avec son père, et M.P ajoute sur le ton de la plaisanterie : "il a trouvé un bon père, non pas un papa gâteau mais un papa bonbon". Au-delà de cette plaisanterie se profile néanmoins une réalité : les liens qui se sont noués sont comparables à ceux qui existent entre un maître et son élève, avec tout ce que cela comporte d'admiration et d'affection. G.B signale qu'à son avis, il serait souhaitable d'interrompre rapidement ces séances, qu'il n'est peut-être plus indispensable que ce soit lui qui suive l'enfant : il faut effectivement qu'il y ait du plaisir dans leurs rencontres, mais que ce soit un plaisir dû à la relation de Gaël avec ce qu'il fait, G.B n'étant que "l'occasion", selon ses propres termes.*

Pour lui, ses rapports avec Gaël n'ont pas évolué dans un bon sens, dans la mesure où il y a encore des difficultés. Si aujourd'hui Gaël avait nettement surmonté ses difficultés, on aurait pu s'écarter davantage des échanges affectifs en lui disant "tu vas pouvoir te débrouiller", c'est d'ailleurs ce qu'a voulu signifier G.B lorsqu'il a dit à Gaël qu'il déciderait dorénavant lui-même quand est-ce qu'il viendrait, mais ces paroles étaient prématurées à son avis et auraient dû avoir une autre résonnance, mais en d'autres circonstances. Dans la me-

---

.P note que Gaël, à moment donné, a dit qu'on se moquait de lui parce qu'il ne savait ıs compter, et il aimerait savoir si cela a une relation avec le fait qu'il vienne à ɜs séances. Gaël avait envie de parler de ce que disaient les autres à son sujet et M.P ɜproche à G.B d'avoir détourné la conversation. Il aurait mieux valu que ce soit explité car l'enfant est en train d'investir fortement la relation qu'il a avec G.B. ɜlui-ci répond que ce n'est peut-être pas par Gaël que l'on aura l'explication de l'atitude de ses camarades, mais par eux-mêmes car l'intérêt porté par l'institution aux enfants ı échec crée une différence que les autres ne traduisent pas par un besoin d'aide mais ır le fait que l'autre doit être "bête".

Revenant à l'attitude de Gaël au cours de cette séance, M.P rend compte que ɔur l'enfant, il y a deux niveaux dans la situation :
le premier niveau est la mise en scène
le deuxième niveau est celui de la recherche authentique, la situation mathématique, ɜ que G.B désire. Ces deux niveaux se mélangent constamment.
un moment, Gaël a dit "j'en ai marre", mais cela se rapportait non pas à la situation ıthématique, mais à la mise en scène. Il en avait assez de la situation commerçantlient, mais voulait continuer à compter, le 2ème niveau étant toujours présent et bien ccepté par lui.

sure où les difficultés subsistent, se tissent des rapports affectifs tels que ceux notés précédemment.

G.B n'a pas voulu dire que leurs rencontres allaient s'arrêter, c'est pourquoi il a chargé Gaël de décider, mais il s'est trouvé surpris quand l'enfant a répondu, mi-question mi-affirmation "je n'aurais plus besoin de revenir, alors" et il s'est demandé le pourquoi de ces mots. S'il lui avait répondu "en effet, tu ne reviendra plus" il lui aurait donné l'impression que tel était son désir, alors qu'en fait c'est son désir, mais pas dans le sens où c'est formulé. Ceci pose le problème du contrat entre G.B et Gaël, contrat que M.P juge flou : il remarque que Gaël sait pertinemment qu'au bout d'un certain temps l'intervention de G.B prendra fin et il a besoin d'en parler, dès que l'occasion se présente. M.P estime que si Gaël a la liberté de revenir quand il le désirera, il faudrait savoir pour combien de séances. Sur ce point les avis sont partagés car, pour G.B, il s'agit là d'un autre contrat et GX se demande comment on peut déterminer à l'avance le nombre de séances nécessaires. Actuellement, l'intervention se situe au niveau d'une pédagogie de soutien qui tend vers un but précis puisqu'on lui a expliqué au départ que lorsqu'il saurait exécuter un certain jeu il réussirait un exercice précis, mais au-delà de ce contrat même, le problème des séances supplémentaires nécessite la présence d'une orthophoniste pour s'occuper de Gaël, afin d'éviter que ce soient les relations affectives qui entrent en jeu, qui créent la demande d'aide.

Au cours de cette séance, un autre thème d'observation est abordé : celui du rapport à l'action observé chez Gaël. Il semble qu'il y ait une coupure entre la méthode de raisonnement qu'il adopte et la manière dont il manipule. Il se sert très peu des représentations, il ne voit que les résultats et la façon dont il essaie de prévoir n'a pas nécessairement un rapport avec la manipulation. La manipulation l'aide seulement à vérifier, pas à anticiper. C'est ce qui a suscité le changement d'attitude chez G.B : la dernière fois, il manipulait d'abord puis essayait de prévoir les résultats déjà obtenus de telle sorte que, la mémoire visuelle pouvant intervenir, il ne pouvait pas se tromper sur le nombre de sacs. Par contre, cette fois-ci il devait anticiper avant d'avoir manipulé et on s'aperçoit alors que son raisonnement ne tient pas compte de la manipulation future, il envisage uniquement les opérations abstraites.

.../...

8ème séance :

1 - Adhérence aux objets.

La séance débute par une mise au point que G.B met à profit pour expliquer à l'enfant que le but de leurs rencontres est de comprendre le fonctionnement de la numération : il s'agit de savoir comment on écrit les nombres et comment on calcule avec ceux-ci.

Ils enchaînent avec le jeu du marchand, G.B adoptant une attitude très directive, demandant à Gaël de contrôler qu'il y a bien 15 cubes par sac, 6 sacs par carton, puis d'écrire sur une feuille ce qu'il veut qu'on lui livre :
Gaël demande 3 cartons, 2 sacs et 10 cubes.

La scène du client se renouvelle :
1ème commande : "je viens chercher 25 cubes"

Tout en calculant, Gaël déclare :
"je vais être obligé de donner les 10 cubes et 1 sac", montrant par là qu'il a retenu que 25 cubes = 1 sac + 10 cubes, mais il écrit 15 dans la colonne des sacs, traduisant sans doute involontairement le fait qu'un sac égale 15 cubes, ce qui le rapproche davantage de la réalité.

(On peut aussi penser qu'il s'est rappelé que : 25 cubes = 1 sac + 10 cubes, en commençant par prendre mentalement les 10 cubes présentés puis, comptant qu'il en manquait 15, il s'est souvenu que cela faisait un sac.
Ceci montre qu'il ne maîtrise pas encore l'abstraction qui intervient lors de la transformation : il a compris que 25 cubes, c'était 15 cubes + 10 cubes, donc 1 sac + 10 cubes, mais s'il écrit "1 sac" et "10 cubes" il a d'une part les 10 cubes et d'autre part un sac qui, fermé, ne représente pas vraiment 15 cubes. C'est peut-être ceci qui le pousse à ouvrir mentalement ce sac et à écrire son contenu à la place du contenant).

G.B lui ayant fait remarquer son erreur, il rectifie, calcule ce qu'il va rester (3 cartons, 1 sac, 0 cube) puis va vérifier, obtenant la confirmation de ses prévisions.

2 - Le comportement de l'enfant nécessite l'intervention de G.B

2ème commande :

Il faut "encore 25 cubes"
Cette fois-ci, Gaël ne fait pas la transformation d'emblée et il commence à écrire 25 dans la colonne des cubes, mais la question de G.B :

.../...

"qu'est-ce que je vais emporter ? 25 cubes ?" lui rappelle que cela fait 1 sac et 10 cubes, ce qu'il écrit.

Il écrit alors qu'il restera 3 cartons, 0 sac, 0 cube, le tableau se présentant ainsi :

cartons	sacs	cubes
3	1	0
	1	10
3	0	0

Pour essayer de lui faire trouver son erreur, G.B lui fait préciser la commande et ce qu'il restera mais il ne change pas d'avis, il est sûr de lui. Ils parient une sucette et Gaël mime la scène : il donne un sac et G.B lui réclame les 10 cubes. Il s'aperçoit alors qu'il s'est trompé. G.B lui demande s'il préfère recalculer, pour prévoir ce qu'il va rester, ou manipuler : il pense pouvoir calculer. Il écrit successivement : 2 cartons, 0 sac, puis 5 cubes, et rectifie le nombre de sacs : 5 sacs. Il est sûr de son résultat mais a d'énormes difficultés à l'expliciter, s'embrouille dans ses phrases et doute de lui au fur et à mesure qu'il explique. G.B l'aide et lui rappelle que l'on s'occupe d'abord des cubes, puis des sacs et enfin des cartons. Pour contrôler si Gaël a compris, il lui demande de manipuler : Gaël commence par les cubes, compte mais se perd et ne sait plus ce qu'il doit donner, ce qui reste, et à nouveau G.B doit venir à son secours.

Reste : 2 cartons 5 sacs 5 cubes.

3 - *Gaël semble abandonner le jeu et considérer ces activités comme un exercice qu'il faut à tout prix réussir.*

3ème commande :

Pendant que G.B prépare cette 3ème commande, Gaël ferme à demi les yeux, semble se soumettre à une certaine préparation, à une concentration, attendant "le verdict".

"Je veux que tu me livres un carton et 28 cubes"

Il commence à écrire 28 dans la colonne des cubes, et G.B l'arrête pour lui soumettre une nouvelle règle : on ne peut jamais avoir plus de 14 cubes seuls. Dès qu'il y en a 15, on fait un sac.

Puis il demande :

- 28 cubes, c'est combien de sacs et de cubes ?

Gaël se demande si 15 et 15 ne font pas 28. Il pose l'opération "15 + 15 =", puis le coude sur la table, la main appuyée sur le front, il calcule et finit par dire : "10 + 10 = 20, 5 + 5 = 10, donc

.../...

donc ça fait 30".

G.B lui demande ce qu'il vient de calculer, mais il ne sait pas expliquer. G.B lui demande alors combien il faut de cubes pour remplir 2 sacs et combien on en demande. S'il donne deux sacs, Gaël reconnaît qu'il y en aura trop. Donc, il va donner un sac et "quelque chose", ce quelque chose que voudrait lui faire trouver G.B. Il lui suggère de dessiner ce qu'il manque. Gaël trace des petites barres, tout en comptant de 15 à 28, puis compte : 13 barres. Il écrit alors 1 sac et 13 cubes à la place des 28 cubes. G.B juge bon de lui rappeler le contenu de la commande : 1 carton et 28 cubes, soit 1 carton 1 sac et 13 cubes.

- Maintenant, tu vas essayer de prévoir ce qu'il va rester. Par quoi tu débutes pour calculer ?
- Par les cubes.

Apparemment "la leçon est retenue".

Il ne peut pas les donner tout de suite, il doit ouvrir un sac. Pour se souvenir qu'il va défaire un sac, G.B lui suggère d'écrire un petit 1 d'une autre couleur dans la case des sacs.

En défaisant un sac, il a 20 cubes en tout, il peut donc en prendre 13.

Quand on lui demande ce qui va rester, Gaël répond qu'il va en prendre 8 (??) et semble calculer quelque chose.

Après réflexion, ces "8"cubes semblent représenter la différence entre les 28 cubes demandés et les 20 que l'on a. Donc apparemment la transformation 28 c = 1 s + 13 c n'a pas été assimilée par Gaël et il ne se souvient déjà plus qu'il n'en a que 13 à prendre parmi les 20.

G.B lui conseille d'arrêter son calcul car il ne sait plus ce qu'il faut faire, et il lui demande de mimer la scène. Gaël défait un sac, obtenant 15 + 5 = 20 cubes. Il en prend 13 : G.B l'arrête, le rappelle et lui demande de deviner ce qui reste. "21" répond Gaël, mais il sait déjà que sa réponse est fausse.

Il tente de calculer en écrivant mais n'y parvient pas. G.B lui fait dessiner les 20 cubes, puis entourer ceux qu'il va donner et chercher ceux qui vont rester. Lorsque c'est fait, il lui demande de réexpliquer la manipulation, et ensuite de compter le nombre de sacs, puis de cartons. Gaël écrit 4 sacs, mais G.B corrige : il n'y en a que 3, et lui demande pourquoi :

- parce que celui-là on l'a entamé (il montre le petit 1 écrit d'une autre couleur).

.../...

- oui, ajoute G.B il aurait fallu dire : "il y a 5 sacs, je t'en donne un
95 ça ne fait plus que 4, j'en entame un, il n'en reste que 3.

La séance se termine sur cette rectification, mais avant qu'ils ne se quittent, G.B fait une transition avec le système décimal.

- Lorsque j'écris 124 par exemple, que représente le 1 ?
- les centaines, répond Gaël
100 - oui, c'est comme les cartons qui contiendraient 100 cubes

Et le 2, qu'est-ce que c'est ?

- Les dizaines
- ... comme un sac qui contiendrait 10 cubes.

Il essaie ensuite de lui faire trouver le nombre de sacs
105 dans un carton, de dizaines dans une centaine, mais Gaël ne connaissant pas la réponse, il la lui donne ; il conclut qu'il y a 4 cubes, 2 sacs de 10 cubes et 1 carton de 100 cubes ou de 10 sacs.

Passant à un autre exercice du même type, il lui demande de compter le nombre de sacs dans 124 mais Gaël a l'air très fatigué
110 un peu triste et G.B l'aide : 12 sacs. Puis, avant de le laisser partir il lui fait calculer le nombre de sacs qu'il y avait dans le magasin, au début et à la fin de la séance.

COMMENTAIRE :

Du point de vue de la relation, cette séance se différencie des précédentes par le fait que les témoins ont pu observer une certaine rupture dans les rapports entre Gaël et G.B, ce qui les a rendus perplexes quant au but poursuivi. On a pensé à mettre cela sur le compte de la séance précédente, au cours de laquelle G.B avait souhaité qu'il ne s'instaure pas une relation affective trop profonde entre lui et l'enfant, ce qui expliquerait son attitude plus distante, donnant une impression de brutalité dans son comportement. M.P traduit cette attitude par un désir de "couper les ponts", un certain recul destiné à laisser intervenir dorénavant Dominique, l'orthophoniste.

De son côté, G.B justifie ce changement par le fait que, dès le début, il a constaté que l'enfant était moins "engagé", moins enthousiaste. Pour l'aider, il lui a proposé un exercice déjà fait, avec l'intention de ne pas investir de nouveau la relation, mais sans prétendre être rugueux de façon systématique : ce sont les erreurs de l'enfant qui ont provoqué cette situation inhabituelle que G.B déplore, si elle a pu être vécue comme un constat d'échec. En effet, quand un enfant ne parvient pas à résoudre un problème proposé et qu'on avait affiché qu'on était là pour lui apprendre à le résoudre, il vit cela comme un échec. S'il vit de la même façon les interventions et les

.../...

échecs l'effet est négatif. Or il y a un conflit quand on propose quelque chose que l'enfant ne sait pas faire, on ne peut plus avoir une attitude gratifiante du point de vue psychologique et convenable du point de vue de la connaissance.

M.P fait remarquer que ce qui a été proposé n'est pas d'un niveau très élevé par rapport à la fois précédente du point de vue des procédés cognitifs mis en jeu ni de la complexité, à quoi G.B oppose le fait qu'au contraire, c'était beaucoup plus complexe : on a abordé la transformation de 28 cubes en cubes et sacs, ce qui est sensiblement plus compliqué. La différence n'est pas très significative mais il vient un moment où la complexité devient un peu trop grande, l'enfant ne peut plus la contrôler, et c'est de là que provient la contradiction : il faut trouver un moyen d'aider l'enfant à surmonter ses difficultés mais une attitude formellement gratifiante est négative car elle ne résoud pas le problème.

En ce qui concerne la transformation, G.B observe qu'habituellement on fait directement considérer les dizaines et les centaines dans la numération, alors qu'avec Gaël on a abordé ces notions par une autre voie : on commence par transformer les cartons en sacs, puis les sacs en cubes, en utilisant des quantités différentes de 10 au début pour permettre l'identification du phénomène lui-même. Ce n'est que lorsque l'enfant a compris que l'on passe aux dizaines et aux centaines. Les exercices présentés aujourd'hui sont sensiblement identiques à ceux de la dernière fois, sauf qu'il y a maintenant nécessité de transformer 25 cubes en 1 sac et 10 cubes. Par exemple, lorsqu'on considérait les 28 cubes à moment donné, il fallait envisager "28 cubes" épars pour la soustraction mais il était nécessaire de transformer en 1 sac et 13 cubes pour la transcription sur le tableau, il y avait donc constamment des transformations à effectuer. C'est un exercice complexe pour un enfant du $C.E_1$ et qui n'est maîtrisé en général qu'au niveau $C.M_2$, notamment lorsqu'il s'agit de grands nombres.

La transformation semble causer un sérieux problème à Gaël : par exemple le fait d'enlever un sac parmi 5 et le fait d'ouvrir un sac sont des opérations qui pour lui, ne sont pas nécessairement liées, ce qui introduit une autre difficulté par moments : il ne voit pas 2 relations en même temps, il ne peut pas voir l'une en bloquant l'autre, il peut travailler sur une relation, mais toujours en craignant que l'autre intervienne.

D'autre part, ce qui frappe G.B, c'est que Gaël a encore d'énormes difficultés à se représenter une situation. Paradoxalement, il utilise des stratégies très complexes sur lesquelles il ne fait au-

.../...

cune économie mais il le fait naïvement, sans se référer à ce qu'il va être obligé de faire. Au départ, il manipule très bien lors des premières commandes, il calcule en fonction de ce qu'il envisage, mais dès qu'il est un peu fatigué, il ne peut plus imaginer et il ne peut travailler sur aucune représentation : il ne peut pas objectiver ce qu'il sent intuitivement comme situation à venir, il ne peut pas simplifier pour pouvoir travailler sur des transformations. Le fait de dessiner ne lui apporte aucune facilité car il ne fonctionne pas du tout par rapport aux dessins comme par rapport aux cubes.

G.B s'avoue surpris qu'au bout de 3 séances avec le même genre d'exercice Gaël n'ait pas atteint un niveau de représentation qui lui permette au moins d'élaborer une routine au niveau de l'activité générale. Il existe des raisons inconnues qui créent des difficultés au niveau des rapports entre la représentation et l'action chez Gaël, celui-ci soudant la manipulation et l'action. Pour lui, la manipulation est la représentation directe de l'action et il ne peut pas s'en détacher car il n'a aucun autre moyen de représentaiton sur lequel il puisse opérer.

DISCUSSION SE RAPPORTANT A L'ENSEMBLE DES ENTRETIENS.

Au cours de cette dernière réunion, nous avons essayé d'établir un bilan des difficultés de Gaël relevées au fil des entretiens et notre attention s'est portée plus particulièrement sur les problèmes de représentation.

On a rappelé tout d'abord que des hypothèses avaient été émises quant à l'origine des difficultés observées :

- dans un premier temps, on a pensé que l'origine se situerait sur un plan purement opératoire, considérant que Gaël n'aurait pas un niveau suffisant sur le plan des opérations concrètes. Mais les épreuves de classifications, de sériation, d'inclusion, utilisées au cours des tests, montrent que ce niveau est convenable
- d'autre part, on a supposé que son problème était au niveau représentatif : les difficultés rencontrées au niveau de l'utilisation des images mentales traduisent des carences au niveau de la fonction sémiotique. On a essayé d'analyser cela avec l'épreuve de Piaget sur la rotation des carrés car c'est cette épreuve qui donne le plus d'informations à ce propos : les résultats obtenus n'ont révélé aucun indice de difficultés rencontrées par Gaël dans la construction des images mentales.

Examinant la situation, G.B a d'abord déclaré qu'il faut considérer trois procédures de représentation, Gaël n'ayant en outre

.../...

pas de difficultés avec les deux premières formes.

- Le premier type est la représentation au niveau de la situation, la construction de modèles implicites qui permettent d'anticiper sur ce qui va arriver quand l'enfant est en présence du système représenté, de mettre en oeuvre des schèmes opératoires.

- Le deuxième type est la représentation intériorisée, celle sur laquelle on doit opérer pour anticiper, pour comprendre, en l'absence du système, les représentations opératoires.

- Le troisième type de représentation est relatif à la situation de représentation : l'enfant est en présence d'un système matériel et d'une représentation matérielle de ce système (dessin, schéma etc...), et il doit interpréter les rapports entre ces 2 systèmes, anticiper une transformation de l'un en utilisant l'autre.

G.B pense que Gaël peut avoir une bonne représentation en présence d'une situation. Il peut avoir l'usage d'un langage ou d'un dessin qui, pour nous, est une représentation de la situation mais qui pour lui, ne fonctionne pas comme telle. Devant un système et devant une représentation, les réactions de Gaël sont du même type, il n'établit pas entre les deux un rapport de signifiant à signifié, il ne se sert pas des représentations intériorisées pour contrôler ou modifier ses actions sur le système représentant. Ces actions tendent de ce fait à devenir algorithmiques. Réciproquement, il a du mal dans une situation réelle, à modifier ses actions en fonction des représentations qu'il a pu utiliser par ailleurs.

La difficulté se situe non pas dans la construction et l'usage des représentations mais dans la prise en compte des représentations pour un raisonnement, pour une action.

La seconde hypothèse est émise par G.

- Pour lui, Gaël est bloqué quand il doit confronter une situation de représentation à une situation réelle, même s'il ne doit pas expliciter. La confrontation d'un langage avec la réalité va donner un certain sens à cette réalité et Gaël se bloque lorsqu'il faut découvrir ce sens. Quand il n'a à utiliser qu'un langage, il s'en tire bien, mais les blocages apparaissent lorsqu'il doit utiliser une représentation écrite pour éclaircir une situation.

II.2 - Résultats observables

Nous signalons ici les résultats scolaires obtenus par Gaël en fin d'année scolaire (I977-78)

Numération

-dictée de nombres :

Les erreurs ont disparu et l'enfant écrit actuellement correctement 78ou 96

Il parvient également à transcrire en chiffres des nombres tel que : mille deux cent huit (I208)

-décomposition des nombres :

Plus de problèmes, même dans les multiplications :

32 x I5

	30	2
I0		
5		

-notion de grandeur :

Dans des exercices tels que "trouver le plus grand des deux nombres dans chaque couple présenté" Gaël n'éprouve plus aucune difficulté. Par ailleurs, il semble qu'il ait surmonté l'obstacle qu'il rencontrait lors du passage d'une dizaine à une autre car il répond correctement à l'exercice "trouver le successeur et le prédecesseur" par exemple : 68 - 69 - 70 399 - 400 - 40I

Calcul numérique

Dans l'ensemble, beaucoup moins d'inversions. En février (en cours de soutien donc) on retrouve une erreur dans une addition : il trouve I7 pose I et retient 7 mais c'est exceptionnel. Les autres additions sont correctes et par la suite ce type d'erreur disparaît totalement. Il est alors capable de faire sans erreur une addition telle que :

```
  I287
+ 3I04
+ 45I6
```

Actuellement l'enfant fait partie des meilleurs élèves de la classe en mathématiques et il semble que ses réussites répétées le stimulent davantage et le poussent à persévérer. Ces exercices sont généralement couronnés par un "bien" ou "très bien" alors qu'il

obtenait régulièrement des "faux" en début d'année

Les contrôles d'acquisition du 3° trimestre n'étant pas corrigés au moment où nous rédigeons ceci, il ne nous est pas possible d'indiquer les résultats obtenus par l'enfant. Ce que nous déplorons car cela apporterait sans doute une confirmation supplémentaire de ses progrès.

En ce qui concerne le comportement de Gaël, l'institutrice le décrit maintenant comme un enfant très vivant, travailleur, et qui participe beaucoup à la classe. Il est surtout très enthousiaste lorsqu'il s'agit de faire des recherches en mathématiques, et ses réussites lui apportent des motivations supplémentaires.

III - L' ANALYSE DU CAS

III. I - Les difficultés

Au cours des entretiens que nous avons eu avec Gaël nous avons relevé un certain nombre de difficultés qu'il nous semblait utile d'analyser pour tenter d'y remédier. Nous exposerons ces difficultés dans ce paragraphe en les faisant précéder d'un fait observable ou d'une attitude de l'enfant qui nous ont conduit à penser qu'il y avait une difficulté.

Numération

- 3e séance (2 - L 72 à 80)*

On a 56 objets dans un sac. GB en retire un certain nombre, un par un, et quand il dit "top", l'enfant doit dire combien il en reste dans le sac.
Résultats obtenus : 56 - 55 - 53 puis GB en retire 3 et l'enfant répond : 40 (au lieu de 53 - 3 = 50).

Ceci ne constitue qu'un exemple des difficultés observées chez l'enfant à propos de la numération.

Comme nous l'avait signalé l'institutrice, le calcul numérique pose des problème à Gaël qui manque de maîtrise dans le maniement des nombres.

Nous avons remarqué une relative maîtrise des algorithmes, mais de nombreuses erreurs qui tiennent toutes à des mécanismes d'inversion, notamment dans l'addition.

- 4e séance (I - L 5) : il dit I7 + 6 = 23 je pose 2 et je retiens 3. Il a retenu l'algorithme de l'addition qui consiste à prendre des chiffres dans la colonne de droite d'abord, à les additionner et à mettre la retenue dans la colonne juste à gauche de la première, mais il ne sait pas quel est le chiffre de la retenue et il dit l'inverse de ce qu'il faudrait.

Cependant, nous avons observé, surtout, des difficultés lorsque l'enfant, comptant à rebours, doit

changer de dizaines. Ainsi dans la 6e séance Gaël compte 24 moins I2 : 24-23-22-2I-IO-9----2
GB le fait recommencer en inscrivant les nombres au fur et à mesure, mais obtient encore : 22-2I-IO

"Si j'enlève un à 2I combien reste-t-il ?" demande GB.

"IO...I2"

Par la suite il obtiendra même 2I - I = 0

Ce passage montre nettement un blocage au moment où l'enfant doit changer de dizaines, mais c'est seulement lorsqu'il compte à rebours car, à plusieurs reprises, il compte sur ses doigts et franchit ces passages à 20-30-40 sans hésitations.

Pour aider l'enfant à prendre conscience de cela GB a proposé au cours de la 7e sé. (I - LI à 25) un jeu qui consiste à continuer une suite de nombres qu'il commence puis à changer de sens lorsqu'il dit "top".

Se rappelant la difficulté de la séance précédente et les remarques de GB, cette fois-ci, l'enfant a montré quelques hésitations, mais est parvenu à compter de 34 à 28 puis de 43 à 37 etc...

Représentation

Dans la 4e séance (4 -L 94 à I08)* on a mis dans un sac des étiquettes portant un nom de couleur et un chiffre, ces indications correspondant au nombre d'objets de cette couleur que l'on glissait simultanément dans un autre sac. Plusieurs étiquettes peuvent porter le même nom de couleur et notamment il y a 3 étiquettes "rouge" . On demande à l'enfant de dire combien il y a d'objets rouges, mais il n'a le droit de manipuler que les étiquettes. Il sort la première étiquette "rouge" qu'il trouve et annonce : " 7 rouges".

* Le chiffre entre parenthèses indique le paragraphe et le N° de la ligne auquel il est fait allusion dans cette séance.

- 8e séance

Un client commande I carton et 28 cubes, le vendeur possède 2 cartons 5 sacs 5 cubes. Après plusieurs hésitations et avec l'aide de GB l'enfant parvient aux égalités : I carton + 28 cubes : I carton + I sac + I3 cubes
2 cartons 5 sacs 5 cubes = 2cartons 4sacs 20 cubes
Il ne reste donc qu'à soustraire I3 cubes parmi les 20 du marchand pour trouver le nombre de cubes éparpillés qu'il restera. Or, lorsqu'on lui demande ce nombre, il répond dans le vague, dit qu'il "va en prendre 8" (28-20) et réfléchit longuement.

C'est à partir de telles réactions venant de l'enfant que nous avons formulé l'hypothèse qu'il pouvait avoir des difficultés au niveau de la représentation. Nous avons différencié 4 types de représentation, que nous avons définis et étudiés afin de nous assurer que chacun n'était pas inaccessible à l'enfant, et, afin de déterminer lequel ou lesquels étaient source de difficultés. Nous avons essayé de donner un titre à chacune des formes envisagées.

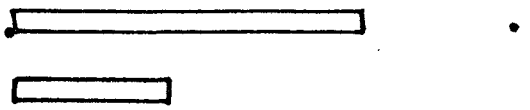
Ie forme : représentation intuitive

C'est celle qui permet l'identification des traits pertinents d'une situation, l'anticipation et la décision mais qui n'est valable qu'en situation, c'est-à-dire en présence des référents signifiés.

Elle est caractérisée par l'utilisation des schémes opératoires mis en oeuvre par l'enfant lorsqu'il agit sur le milieu, et elle fonctionne comme modèle implicite au cours de l'action. Dans une situation donnée, l'anticipation exige une telle forme de représentation.

Un exemple de cette façon de procéder nous est donné dans la première séance (4 -I26 à I38). Les objets en présence sont des points et deux bandelettes blanches, dont la somme des longueurs est égale à la longueur d'une bandelette noire. La longueur de cette dernière est délimitée sur une feuille de papier par deux points.

Entre ces deux points, on place la plus grande des deux bandelettes blanches et, juste au dessous, on aligne la plus petite :



L'enfant doit dire où se situera la nouvelle extrémité si l'on place la grande bandelette à côté de la petite. Il s'agit donc ici d'anticiper, en présence des objets, sur ce qui va arriver, et d'utiliser des schèmes opératoires, de mettre mentalement en oeuvre des types de comportements opératoires relatifs à l'équivalence, à la conservation des distances, à la commutativité de l'addition des longueurs.

On retrouve également, cette forme de représentation lors de l'épreuve de Piaget, présentée à la fin de la première séance (3-II0 à I25). L'enfant a devant lui 5 perles rouges et 3 vertes, toutes en bois, et il doit dire s'il y a plus de perles rouges ou de perles en bois.

Comme précédemment, il doit anticiper en présence des objets mais sans pouvoir les toucher.

Dans un cas, comme dans l'autre, on remarque à ce niveau des difficultés de la part de l'enfant qui, même en présence des référents, ne parvient pas à dégager les traits pertinents de la situation et à anticiper sur le comportement des objets. Au contraire, il colle aux objets et ses réponses dépendent de la possibilité qu'il a de manipuler.

Il est hésitant dans ses affirmations, dans le premier exemple, il place le point au bon endroit par intuition,mais le déplace si on émet des doutes et c'est la manipulation qui lui permet d'émettre une affirmation.

Dans le second cas, il répond qu'il y a plus de perles rouges que de perles en bois (ceci est probablement dû au fait qu'il a du mal à conférer deux propriétés à un même ensemble), mais il parvient dans un second temps à différencier les propriétés (matière-couleur) et à envisager l'inclusion, ce qui induit une réponse correcte.

2e forme : représentation intériorisée.

Cette deuxième forme est la représentation intériorisée de la situation, l'image mentale qu'a l'enfant de son action et sur laquelle il doit opérer pour s'adapter à l'avance aux conditions de la situation. Elle fonctionne en dehors de la présence du système et donne la possibilité d'anticiper sur le comportement des éléments en situation, mais en l'absence de ceux-ci.

C'est par exemple la possibilité de trouver, parmi 50 objets cachés dans un sac, combien sont ronds (sachant que I7 sont triangulaires et les autres ronds) pour un enfant qui, comme Gaël, est obligé d'imaginer les collections, de les compter, sans faire la soustraction.

C'est à l'intérieur de ce type de représentation que s'effectuent les transformations d'action, en dehors de la présence des objets.

Lorsqu'elle donne lieu à une formulation, cette forme de représentation, fait apparaitre des productions de l'enfant qui sont des signifiants : mots, dessins figures...

Ils renvoient à des référents de la situation absente ou aux signifiés. Dans la mesure où ces productions sont suffisamment nombreuses ou organisées, elles peuvent former une représentation au sens formel : un plan, un diagramme, une formule, un modèle explicite fonctionnent comme tel.

Par exemple, un tableau dans lequel sont réunies toutes les données constitue une représentation formelle et permet d'anticiper en l'absence de la situation (4e séance - 3 -L 88).

Il nous est apparu que l'enfant pouvait avoir des difficultés de représentation intériorisée, notamment dans la 6e s. (3 - L 36 à 47). Lorsqu'il joue au marchand.Il réunit ses hypothèses sur un tableau mais cela ne suffit pas pour qu'il élabore des images mentales de la situation ou si elles existent, ces images ne semblent pas lui permettre d'anticiper sur le résultat de la manipulation.

Au cours des réflexions qui ont suivi les entretiens avec Gaël, nous avons pensé que celui-ci ne parvenait pas à travailler à partir d'images mentales, qu'il avait besoin de la présence du matériel comme point d'appui pour avoir une bonne représentation de la situation.

Pour confirmer ou infirmer cette hypothèse, M P a fait passer à l'enfant une épreuve faisant intervenir des schèmes anticipateurs : le test de Gréco.

Matériel utilisé :
-un tuyau courbe possédant une ouverture vers chaque extrémité
- 3 perles de couleurs différentes

On introduit celles-ci dans le tuyau, que l'on penche de façon à ce qu'elles apparaissent dans l'ouverture,mais on demande auparavant laquelle des 3perles va apparaitre en premier. Puis on fait tourner le tuyau sur lui même d'un demi-tour, un tour, un tour et demi, et plus et le sujet doit anticiper à chaque fois puisétablir une loi.

Chez Gaël, ce test a révélé qu'il maitrisait fort bien les schèmes anticipateurs, qu'il était capable de prévoir le comportement des objets en leur absence. Donc, on en conclue que ses difficultés ne sont pas dues à une déficience de son raisonnement à partir d'images mentales, contrairement à ce que l'on avait supposé.

Par contre, au fil des séances, nous avons constaté qu'il avait un problème lorsqu'il s'agissait de donner une formulation explicite de la situation, et lorsque c'était l'enfant qui avait à produire cette formulation.

Par exemple (I^{e} séance- I - I7 à 46), dans un parking il y a 57 voitures dont 24 sont rouges. L'enfant doit dire combien ne sont pas rouges. Il ne se décide pas, de lui même à faire un schéma représentant le parking. Comme GB lui suggère,il dessine : $\boxed{57}$ mais ne sait pas réellement de quoi il s'agit puisqu'il dit :"Il y a toutes les voitures et elles ne sont pas rouges".

Ici, il interprète mal l'énoncé ("57 voitures, 24 de ces voitures sont rouges"...) et ne parvient pas à se procurer une image mentale de la situation, à imaginer mentalement un schéma qui rendait compte de la réalité.

Un autre exemple de ce type de difficulté nous est donné à propos des transformations (5^{e}séance 2 - LII3 à I34) lorsque GB lui demande d'attraper "tout de suite" 25 voitures, l'enfant se souvient qu'on a donné précédemment I sac, et le client était satisfait puisqu'un sac contient effectivement 25 voitures. Mais au moment de compléter le tableau, il a déjà abandonné ou oublié la manipulation et ne considère plus l'équivalence. Il arrive difficilement à opérer la transformation :
25 voitures = I sac
dans la réalité, et à fortiori ne l'utilise plus du tout mentalement, se raccrochant à l'énoncé de départ.

3^{e}type : activité de réprésentation formelle

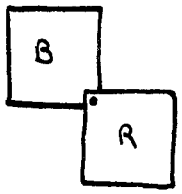
C'est l'activité qui va consister justement à traiter une situation dans laquelle se trouveront présents à la fois un système et sa "représentation formelle". C'est à ce stade que les transformations sont figées et que se détermine l'algorithmisation. Cette représentation n'intervient pas comme moyen d'obtenir une conclusion mais elle devient l'objet du travail lui-même.

On la rencontre par exemple lorsque l'enfant est appelé à raisonner sur un tableau dans lequel sont inscrites toutes les données se rapportant au matériel qu'il a devant lui. Il n'a plus besoin d'utiliser une image mentale de la situation, puisqu'il est en présence des objets mais il doit constamment se servir de la relation existant entre le tableau et les objets.

Gaël s'est prêté à une épreuve qui, justement,met en présence un système et sa représentation "formelle" il s'agit de l'épreuve de PIAGET sur la rotation du carré.

Matériel :

- une planchette en bois sur laquelle est collé un carré bleu, qui est de ce fait immobile.
- un carré rouge pivotant autour d'un axe fixé sur le carré bleu



- une feuille de papier et des crayons.

Consignes:

- L'enfant a seulement le droit de s'assurer que le carré rouge pivote réellement en le bougeant très légèrement puis en le remettant en place.
- Il doit imaginer et dessiner le schéma que l'on obtiendrait en poussant un peu le carré rouge.
- Après chaque dessin, on répète la consigne en lui laissant seulement sous les yeux le dessin qu'il vient d'exécuter.

Résultats

A ce test, Gaël a obtenu une réussite totale puisqu'il a correctement anticipé sur les différentes étapes de rotation du carré, et il est parvenu à dessiner la situation dans laquelle le carré rouge recouvre entièrement le bleu.

Il n'apparait donc pas d'indices de difficultés rencontrées par l'enfant dans la construction des images mentales nécessaires, en présence du système, à l'élaboration anticipatrice d'une représentation formelle de ce que sera celui-ci ensuite.

4e type ! activité sur la représentation

Ce sont les rapports existant entre la représentation "formelle" d'une situation et les déclarations de l'enfant à son sujet.

C'est l'action, qui consiste à formuler oralement l'état de la situation en présence, en vue de rendre explicite pour un observateur quelconque le raisonnement suivi.

Nous avons constaté des difficultés lorsque l'enfant

avait à expliquer le déroulement de l'action, à préciser le cheminement de son raisonnement notamment dans l'exemple suivant (3^{e}séance I-1 4I à 54), on dispose de 56 objets que l'on met dans un sac, sauf 5 petits ronds qui restent sur la table.

L'enfant doit expliquer comment il a trouvé qu'il y en avait donc 5I dans le sac :

"Là on fait 50, puis là y en a 6, si on enlève 5 à 6 ça sera ceux-là (il montre les petits ronds), et puis y reste I alors ça fera 5I"

Tout le début de la phrase était accompagné d'une extrême concentration et Gaël, les yeux mi-fermés semblait faire des tas dans sa tête.

A ce moment là, on peut remarquer que l'enfant utilisait une représentation mentale correcte de la situation, mais son explication n'est pas particulièrement simple ni claire. On sent qu'il exprime difficilement ce qui se passe.

S'il s'agit seulement de travailler avec des objets Gaël arrive à se tirer d'affaire. Les difficultés surgissent lorsqu'il doit à fois manipuler des objets ou leur représentation et formuler explicitement son action. Ceci nécessite un effort de la part de l'enfant car il doit prendre du recul par rapport à la situation pour établir les rapports entre celle-ci et sa représentation.

Conclusion sur les difficultés de représentation

Chez Gaël, il y a un blocage au moment de confronter une représentation explicite avec de scèmes d'action.

Il ne peut pas objectiver ce qu'il sent intuitivement comme situation à venir, il ne peut pas simplifier pour travailler sur des transformations.

Il soude la manipulation à l'action car, pour lui, la manipulation est la représentation directe de l'action. Il a des difficultés à prendre une attitude réflexive par rapport à une situation de représentation pour objectiver celle-ci.

Il semble bloqué par le recours au dessin, et également par le recours au langage car celui-ci doit donner un sens à la réalité, ce que Gaël ne parvient pas à réaliser.

Il peut utiliser un langage ou un dessin qui, pour nous, représente la situation mais pour lui n'a pas un rapport direct avec cette situation.

Rapport au réel

- 2e séance (I - L 25 à 39)

On a 52 objets que GB empile par tas de dix pour faciliter le dénombrement soit :

des triangles (IO + IO +6)
des ronds (IO + IO +6)

Tous ces objets sont réunis dans un sac, Gaël a participé au dénombrement, et une fois le sac fermé il doit dire combien il y a d'objets ronds.
Réponse : IO

Face à une telle situation, on peut penser que Gaël présente des difficultés au niveau du rapport au réel, à l'action même.

Dans le rapport au réel, on considère deux aspects:
- d'une part, le rapport direct avec la situation, avec les éléments de la situation. Ce rapport est constitué par les initiatives que l'on prend vis à vis de cette situation, l'attitude de maîtrise que l'on adopte envers les faits, les observations qui se traduisent en actes ou en paroles.
- d'autre part,il y a la conscience que l'on a de ces rapports, la position de contrôle de ce que l'on a dit la capacité que l'on a de juger si ce que l'on avance est acceptable, justifié. C'est à ce niveau qu'intervient

l'attitude réflexive, le fait de prendre pour objet de réflexion sa propre action, de revenir sur ce qui a été fait pour l'analyser et, au besoin, le discuter.

Des aspects du comportement de Gaël nous ont fait penser qu'il ne se plaçait pas toujours à une bonne distance vis-à-vis de la réalité et de la logique des choses. La situation réelle ne représente pas forcément le point de départ de son raisonnement. Au bout d'un moment, il prend comme un fait réel ce qui au départ n'était qu'une hypothèse ou un élément de construction des données.

Dans l'exemple précédent, c'est ce qui se produit on a fait des piles de IO pour compter plus facilement les objets et il a transformé cela en fait réel : il y a IO objets ronds.

On sait par ailleurs qu'il ne suffit pas toujours d'avoir une bonne image mentale de la situation pour raisonner sur cette situation. Il est également nécessaire d'être en contact permanent avec le réel, avec les données de départ, ce qui manque souvent à Gaël.

Il se sert des données mais il utilise également des méthodes de résolution connues et il cherche davantage à combiner les deux qu'à suivre une démarche adaptée à la situation.

A ce propos, on a remarqué qu'il faisait preuve d'une certaine viscosité mentale : il ne parvient pas à mettre à distance des modèles déjà utilisés, il colle aux modèles anciens et ne parvient pas à changer d'attitude.

Dans des situations répétitives, il ne tient pas compte d'une évolution, d'un apprentissage possibles par le fait même de la répétition. On reconnait cette attitude dans l'exemple suivant (I^{e} séance 2 - L IO3 à IO9).

Après avoir résolu le problème"dans un parking il y a 57 voitures, 24 de ces voitures sont rouges. Trouver le nombre de voitures qui ne sont pas rouges", Gaël est confronté à une situation identique mais avec des nombres inférieurs: 8 voitures dont 3 rouges.

Cela ne facilite en rien son raisonnement, il s'en réfère à nouveau à un modèle opératoire connu, en l'occurence l'addition, et agit exactement de la même façon que pour le problème précédent : il colle à un modèle précis et néglige la possibilité de traiter le problème de façon concrète, de prendre connaissance des faits. C'est le modèle théorique qui marche, avec des petits nombres le raisonnement n'est pas simplifié.

Conviction

- I^{e} séance (I - L 52 à 54)

GB :"Si je te dis que ce n'est pas juste, crois-tu que j'aie raison ?"

Gaël :"Je ne sais pas"

- 7e séance (3 - L II8 à I29)

"Il y a 28 cubes, Gaël doit en livrer 25 combien va-t-il en rester ?"

Gaël : "Il faut que j'en enlève 3,... du moins je crois"

Dans ce recensement que nous avons entrepris quant aux difficultés de Gaël, il est nécessaire d'inclure un trait de son caractère qui est une particularité souvent rencontrée au cour des entretiens : il s'agit de cette habitude qu'il a de toujours mettre en doute ce qu'il va dire.

Tout au long des entretiens, il est très peu sûr de lui, il n'ose pas affirmer quelque chose qui n'est dictée que par lui-même, ou s'il l'affirme, il est prêt à faire marche arrière dès qu'on émet la moindre réserve, fondée ou non.

Ceci se remarque surtout au cours des premières séances, et notamment au cours de la 3e, où l'une de ses réponses traduit exactement son incertitude. Il s'agit d'un résultat qu'il n'a pas obtenu par une certaine méthode. GB lui demande (3e séance - I - L 44) s'il ne pourrait pas trouver différemment.
Réponse : "Peut-être mais j'en suis pas sûr".

Cette réponse est absolument caractéristique et exprime doublement son doute.

Il envisage que "peut-être" la réponse sera trouvée mais il précise en même temps "j'en suis pas sûr", comme si le retranchement derrière cette formule le sécurisait.

On a ainsi souvent l'impression que ses remarques sont en équilibre sur un fil, prêtes à basculer d'un côté ou de l'autre selon la direction du vent.

Il semble prêt à croire ce qu'on lui affirme (puisqu'on le dit ...) mais difficilement en mesure d'émettre une opinion personnelle.

Heureusement, cette attitude a changé au fil des entretiens et l'évolution a été favorable en ce sens qu'il a beaucoup plus de facilités à se prononcer lors d'un choix ou d'une anticipation. Il a acquis un peu d'assurance par le fait qu'il était sans cesse confronté à lui-même le but de l'enjeu étant justement qu'il parvienne à maîtriser suffisament la situation pour être sûr de lui.

Comportements spécifiques

Dans ce paragraphe, nous rapportons des attitudes, des comportements qui ne constituent pas ou ne relèvent pas de difficultés à proprement parler mais qu'il nous a paru intéressant de signaler puisqu'ils sont caractéristiques de l'enfant.

Absences

-5e séance (2 - L 28 à 32)

GB explique à Gaël le fonctionnement d'une machine qui fabrique des bonbons. L'enfant, n'écoutant plus, semble rêver et lorsqu'il revient à la réalité, il raconte que l'instant précédent il était en train d'imaginer cette machine, de la faire marcher dans sa tête en observant toutes les étapes de la fabrication.

Au cours de cette séance notamment, nous avons observé chez Gaël ce comportement assez insolite qui consiste en une sorte d'évasion passagère, de fuite intérieure, que l'on a qualifié"d'absences". MP a fait remarquer qu'il avait déjà rencontré cela au cours d'entretiens avec l'enfant et que celui-ci paraissait soudain se trouver dans un autre monde, "rêvant" à autre chose et n'ayant plus de contacts avec la situation présente. Cela dure quelques secondes et sur le moment on ne s'en rend pas toujours compte, mais on s'en aperçoit lorsqu'il revient à la réalité et qu'il répond tout à fait au hasard à la question qu'on lui pose.

On avait voulu souligner la fréquence de ces absences analyser les symptomes et voir dans quelles circonstances elles apparaissaient, étudier les rapports entre cette fréquence et les conditons de la situation didactique mais cela n'a pas pu être fait.

Ces "absences" de Gaël ne constituent pas vraiment une difficulté comme nous l'avons précisé, mais il peut être intéressant de noter toute remarque qui concerne personnellement l'enfant et qui pourrait éventuellement nous aider pour une action de soutien.

Blocages

Ainsi, dans le même ordre d'idées, nous avons relevé chez Gaël, des blocages répétés qui donnent l'impression d'un"abandon"soudain de la part de l'enfant. Il vient de se consacrer plus ou moins longtemps sur un exercice dont la difficulté va croissant, et il arrive un moment où tout d'un coup cela ne va plus, il semble perdu et impénétrable. Alors toute explication paraît inutile, on dirait presque qu'il essaie d'écouter mais qu'il n'entend plus, il fait un peu n'importe quoi, essaie de manipuler des opérations sans plus savoir quel est son but.

On rencontre ceci dans la 6°séance par exemple (4- L 86 à 97) . Gaël poursuit une manipulation qui devient habituelle, à savoir noter la commande, livrer et faire le bilan, avec maintenant une difficulté qui consiste à anticiper sur ce qu'il restera, avant de livrer. Il a réussi à surmonter cette difficulté, mais tout d'un coup une nouvelle difficulté surgit àlaquelle il ne s'attendait pas : le nombre de cubes inscrit dans le tableau est inférieur à celui de la commande. Cela fait donc appel à un nouveau type de raisonnement, inconnu, et cela produit un blocage tel que celui décrit précédemment : il essaie de continuer à compter mais sans savoir ce qu'il compte, il manipule des chiffres, donne des résultats au hasard, mais la seule possibilité pour lui de trouver la solution, est de "compter" un par un les cubes qu'il reste.

Jubilation

Alors qu'il présente ainsi de temps à autre des blocages, on observe parallèlement des instants de véritable jubilation, lorsqu'il s'aperçoit qu'il y avait un "truc" qu'il a compris ou bien quand il sait qu'il pourra trouver le résultat attendu, ou quand il sent qu'il est près du but et qu'il va gagner un pari. Dans ces moments là il trépigne sur place, il rit aux éclats et tape son poing dans l'autre main, impatient de parvenir au résultat mais soucieux de bien faire.

Contrat pédagogique

On appelle ainsi la manière dont les rapports sont établis entre le maître et l'enfant, lorsque le maître explique ce qui va être fait, lorsqu'il présente à l'enfant les données d'un exercice par exemple. Ce n'est pas tant ce que dit le maître que la façon dont il le dit qui constitue le contrat. Dans les formules employées, dans l'attitude du maître, dans l'intonation de la voix on peut"lire" son intention d'être ou non directif.

Avec Gaël, les relations affectives occupent une place importante, et il ressent profondément les variations qui interviennent dans le comportement de GB. Celles-ci l'influencent à tel point qu'elles rendent presque impossible l'investissement de l'enfant dans une situation, et sa possibilité de donner un sens à la situation.

Un des buts du travail entrepris serait justement de rendre Gaël insensible aux relations entre lui et l'enseignant, de lui permettre de prendre du recul pour devenir maître de la situation.

III. 2 - Les interventions

Dans ce paragraphe, il s'agit d'analyser en détail des séquences choisies. Nous présentons les faits, l'action prévue, puis nous étudions le contenu de cette séquence, l'évolution du comportement de l'enfant, les interventions du maître, le pourquoi et le comment des différentes phases de l'action.

III. 2. I - Schéma de l'action

Lorsque l'on décrit une situation à un enfant, on donne un minimum d'informations, mais il faut que ce minimum soit suffisant pour que l'enfant comprenne. Il faut donc trouver les objets pertinents pour l'enfant et envisager les rapports de ces objets avec l'enfant.

Contrat pédagogique

On appelle ainsi la manière dont les rapports sont établis entre le maître et l'enfant, lorsque le maître explique ce qui va être fait, lorsqu'il présente à l'enfant les données d'un exercice par exemple. Ce n'est pas tant ce que dit le maître que la façon dont il le dit qui constitue le contrat. Dans les formules employées, dans l'attitude du maître, dans l'intonation de la voix on peut"lire" son intention d'être ou non directif.

Avec Gaël, les relations affectives occupent une place importante, et il ressent profondément les variations qui interviennent dans le comportement de GB. Celles-ci l'influencent à tel point qu'elles rendent presque impossible l'investissement de l'enfant dans une situation, et sa possibilité de donner un sens à la situation.

Un des buts du travail entrepris serait justement de rendre Gaël insensible aux relations entre lui et l'enseignant, de lui permettre de prendre du recul pour devenir maître de la situation.

III. 2 - Les interventions

Dans ce paragraphe, il s'agit d'analyser en détail des séquences choisies. Nous présentons les faits, l'action prévue, puis nous étudions le contenu de cette séquence, l'évolution du comportement de l'enfant, les interventions du maître, le pourquoi et le comment des différentes phases de l'action.

III. 2. I - Schéma de l'action

Lorsque l'on décrit une situation à un enfant, on donne un minimum d'informations, mais il faut que ce minimum soit suffisant pour que l'enfant comprenne. Il faut donc trouver les objets pertinents pour l'enfant et envisager les rapports de ces objets avec l'enfant.

Dans la situation, on considère :

- Les informations : que reçoit l'enfant, c'est à dire les objets qu'il voit, ceux qu'il peut ou non atteindre les données qui vont être utiles pour la résolution du problème. Les objets sont définis à l'aide de variables auquelles l'enfant accorde plus ou moins d'importance. Il se peut qu'il donne à l'une d'elles une importance démesurée, ce qui faussera sa démarche. Dans ces informations, il y a aussi la règle du jeu que l'on explique à l'enfant.

- Les actions possibles, les rapports actifs entre l'enfant et les objets.

- L'objectif : le but que l'on se donne.

Il faut remarquer que certaines informations peuvent mener à une action et certaines actions peuvent apporter une nouvelle information en cours de résolution.

Au cours de l'action, il instaure une relation entre l'élève et le maître et entre l'élève et la situation relation établie par un système de feed-backs, ou rétro-actions.

On appelle feed-back un type d'information puisé dans la situation, recueillie comme indice de réussite. Le type d'information est connu à l'avance et attendu.

Par exemple : lorsqu'on construit une pile de cubes si le dernier cube que l'on vient de mettre ne fait pas bouger la pile, on peut continuer. S'il la fait vaciller c'est une indice qu'elle risque de tomber donc on va modifier le mode d'action, poser le cube avec plus de précautions ou dans une autre position.

On peut aussi citer comme exemple de feed-back l'approbation du maître à propos d'une démarche, ou bien un résultat numérique proche de celui qu'on veut atteindre.

Le feed-back est effectivement émis par le système en fonction de la proximité de la réussite. C'est donc un indicateur qui permet de juger de l'efficacité de l'action et d'apporter des corrections. Il ne fonctionne que s'il y a une recherche active de la satisfaction.

Enfin, présent dans la situation, il y a le maître. Celui-ci peut agir de façon conventionnelle ou non. Sa seule présence rassure l'élève sur l'issue du problème. D'autre part, il peut jouer sur les fee-back en stimulant l'enfant, en l'incitant à prolonger une démarche entreprise. Il propose une action, fournit des informations et des feed-back.

III.2. - 2 - Analyse de la 2e séance

III.2. - 2 - O) Raison de ce choix:

La deuxième séance a été choisie en raison de son importance quant aux difficultés qu'éprouve Gaël à propos de la numération. Elle comporte un travail intense pour que l'enfant parvienne à "recoller" les dizaines.

III.2.--2 - I) Présentation de la séance :

X) objets pertinents :

2 sacs et un ensemble de 52 objets

Les variables qui caractérisent ces objets sont :

pour les sacs : La taille : I grand, I petit

pour les objets: La taille : des gros et des petits

La forme : 52 objets : I9 gros ronds
7 petits ronds
I3 gros triangles
I3 petits triangles

X) Objectif :

On connait la quantité d'objets d'une même forme contenus dans un sac. Ceux-ci sont mélangés à un certain nombre d'autres objets, et c'est ce dernier nombre qu'il faut trouver. (Par la suite, on isolera la deuxième quantité à l'intérieur d'un petit sac).

III.2. - 2 - 2) Analyse

Item (I - L 40 à 67)

X) les faits :

Parmi les 52 objets contenus dans un sac, il y a I9 gros ronds. Gaël doit donner le nombre d'objets restants.

Il écrit 50, écoute l'observation de GB. et corrige : 30

X) Commentaire :

On voit apparaître ici le système d'action adopté par Gaël: il propose un nombre un peu au hasard et contrôle. Mais il ne constate son erreur que lorsque GB. intervient pour lui signaler qu'en ajoutant les I9 gros ronds au nombre cherché, on doit obtenir 52.

L'enfant a une liberté de négociation car GB. lui demande après son intervention s'il tient toujours son pari, donc il a la possibilité de commander son attitude.

Mais la remarque de GB. déclenche un feed-back et permet à Gaël de progresser, lui apportant un point de repère quant à la distance entre le nombre cherché et 52

Ceci est tout de suite mis en application lorsqu'il propose 30 mais il y a toujours une grande part laissée au hasard, car lorsqu'il compte les objets au moment de la vérification, il dit : "J'y étais presque", comme s'il avait tenté sa chance.

Item 2 (L 68 à 84)

X) les faits :

Il y a 7 petits ronds parmi les 52 objets du sac. Cherchant la quantité d'objets qui ne sont pas des petits ronds, Gaël écrit : 42. Puis il compte sur ses doigts : 42 + 7 = 49 il raye le premier nombre et rectifie : 49

X) Commentaire :

En écrivant 42 l'enfant montre qu'il a retenu le modèle de rétro-action : il sait qu'il doit risquer un nombre pour avancer dans la recherche.

Il utilise ensuite un modèle de calcul qui semble plus efficace dans ce cas : il compte sur ses doigts : 43 - 44 - ---- 49 Il est en situation de validation, il doit confronter un résultat hypothétique au résultat réel pour modifier éventuellement ses prévisions.

Son attitude par la suite, consiste à utiliser un modèle incursif que nous appellerons M. : il propose 49 car c'est le dernier nombre qu'il a considéré.

Item (3 - L 85 à I08)

X) les faits:

Les I3 petits triangles sont placés dans un sac. Dans celui-ci, on met un deuxième sac contenant le reste des objets. Gaël doit donc trouver ce que contient le 2e sac. Il compte jusqu'à I3 puis propose 42, réfléchit et rectifie : 4I

X) commentaire :

En mettant les objets dans des sacs séparés, GB. a cherché à concrétiser la situation, à faciliter la communication en permettant à l'enfant d'avoir une représentation globale des objets. Lorsqu'il propose un nombre l'enfant a maintenant devant lui (mais fermé) le sac contenant la quantité supposée.

En fait, cette forme de réprésentation est plus abstraite, car, pour la vérification, on sépare les deux sacs mais on ne sort pas les objets. Cette abstraction facilite les choses car il y a moins d'informations à traiter, donc l'esprit est moins encombré.

Dans ce passage, on voit apparaître un nouveau modèle de calcul : il s'agit d'ajouter quelque chose à I3 pour trouver 52 ce qui nous ramène à la situation du premier exemple (I9 gros ronds...), mais il y a eu entre temps des feed-back qui font que l'enfant fait moins confiance au hasard et redherche un modèle d'action plus approprié.

Ceci nous amène à considérer les divers types de modèles de calcul utilisables auxquels est ou sera confronté l'enfant dans la suite de l'action, c'est à dire les différentes possibilités qu'il a de traiter les informations.

Nous différencierons 4 modèles de M_0 à M_8

M_0 est le modèle incursif, qui consiste à "essayer" le dernier nombre qu'il a en tête.

Pour les autres modèles, il faut considérer les nombres de départ : on a 52 objets dont un certain nombre d'objets caractéristiques, par exemple 7 triangles ce nombre d'objets caractéristiques est important. Lorsqu'il est inférieur à IO (prenons 7) l'enfant utilise deux modèles :

M_I : Il compte sur ses doigts à partir du nombre connu jusqu'à 52 pour trouver celui qu'il cherche par exemple 7 + x = 52
Ce modèle est celui que préfère Gaël car il est très sécurisant, il a l'impression de bien passer tous les objets en revue puisqu'il symbolise chacun par un doigt Mais le problème, c'est qu'il oublie de quel nombre il est parti, combien de doigts il a compté, ou il va etc... et le retour au concret le trompe, il colle aux objets et ne peut pas s'en défaire.

M_2: C'est le modèle qu'il utilise lorsqu'il essaie de trouver la solution en ajoutant le nombre connu à un autre nombre, et il commence à compter sur ses doigts à partir de cet autre nombre. Par exemple il choisi 43 : 43 + 7 (7 doigts) = 50 Il part de l'hypothèse pour atteindre le total en ajoutant 7 S'il ne l'atteint pas, il formule une autre hypothèse.
Il doit donc ici choisir un nombre X sans grande indication et modifier son choix en fonction du résultat. Ceci facilite d'autant plus son défaut de mémorisation qu'il ne prend pas soin de savoir sur quoi il travaille, ce qu'il cherche et les conclusions qu'on pourrait tirer des échecs au cours des tentives.

Lorsque le nombre d'objets caractéristiques est inférieur à IO de ces deux modèles il est certain que M_2 est plus efficace et permet davantage de trouver la solution si l'enfant prend garde de noter à chaque fois l'hypothèse et le résultat obtenu. M_I est davantage utilisable quand le nombre d'objets caractéristiques est élevé, par exemple 43 ou 44 car il est très facile de compter ainsi le nombre de "doigts" nécessaires pour atteindre 52

Cependant, lorsque le nombre connu ni assez faible ni assez important, par exemple I9, aucun de ces deux modèles de calcul n'est très pratique. Il faut en utiliser un troisième.

M_3: Il consiste à utiliser l'addition, trouver le nombre qui ajouté à I9 donne 52
Cela oblige à travailler dans l'abstraction et à abandonner le comptage des doigts, mais c'est justement le modèle le plus sûr car il évite à l'enfant de coller aux objets, de tomber dans le piège du concret.

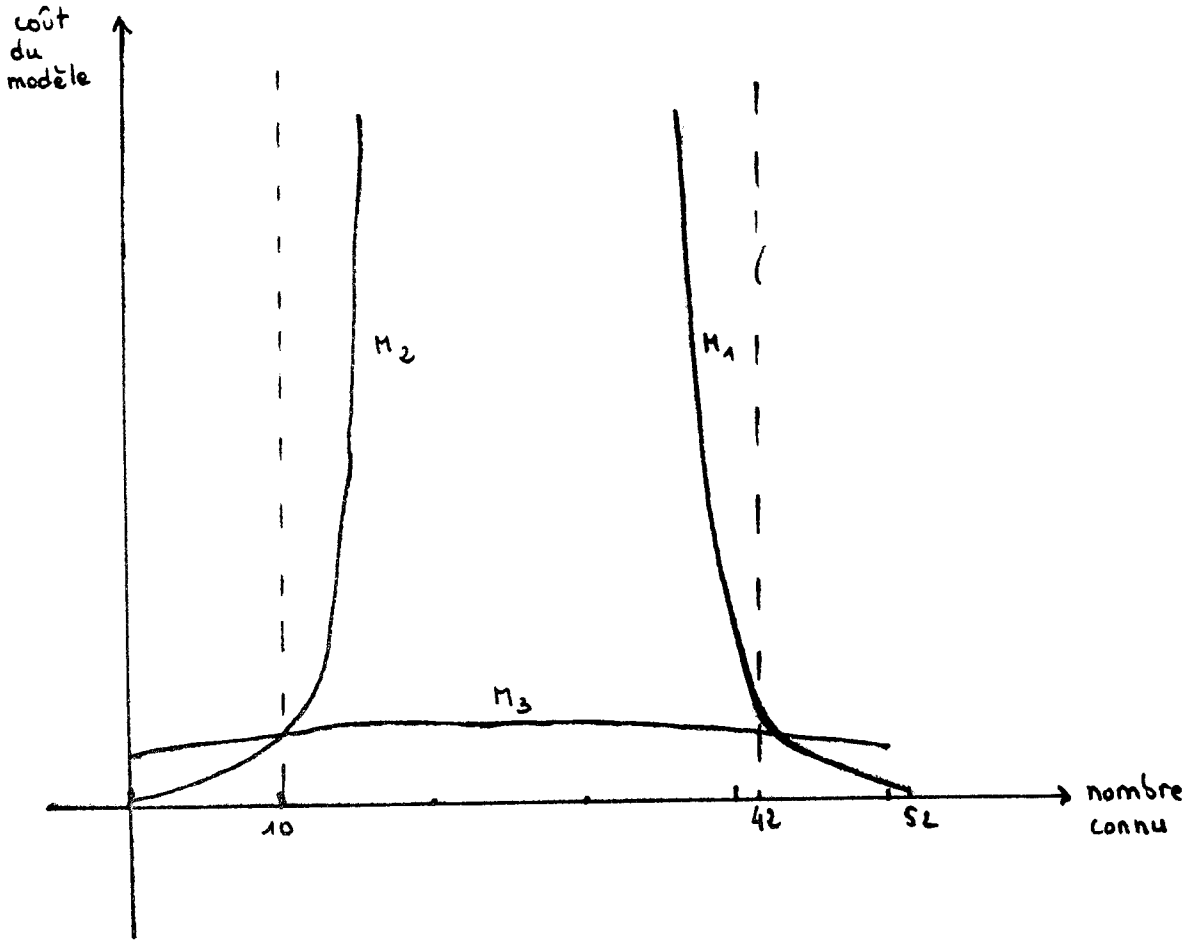
Ces différents modèles M_I M_2 et M_3 ont des caractéristiques informationnelles différentes et, en particulier la zone sur laquelle chaque modèle est efficace varie :

M_I est valable lorsque le nombre d'objets caractéristiques est compris entre 42 et 52 mais plus on s'éloigne de 42 et moins M_I est fiable car l'enfant est obligé de compter 2 fois sur un même doigt et de se souvenir qu'il l'a fait.

M_2 est intéressant pour la même raison jusqu'à IO

M_3 il est efficace pour toutes les valeurs, avec peut-être des possibilité d'erreurs d'opération plus importantes pour les nombre intermédiaires, par exemple $+\frac{2I}{52}$ est plus difficile que $+\frac{47}{52}$

Si on fait un graphique réprésentant le "coût" des divers modèles en fonction du nombre connu, on obtient des courbes qui ont à peu près la forme suivante :



Le"coût"est évalué en temps, en difficultés rencontrées, en quantité d'erreurs etc... M_I et M_2 nécessitent d'importants efforts de mémoire à plusieurs niveaux d'utilisation (mémorisation du nombre de départ, noter mentalement à chaque fois que l'on revient au I^e doigt pour compter, se souvenir jusqu'où on compte...) et si l'enfant se trompe en comptant, le seul moyen de corriger est de recommencer.

Lorsque nous considérons donc ces différents modèles nous nous apercevons que Gaël utilise les modèles les plus coûteux, à savoir M_I et M_2 car il se sent plus en sécurité lorsqu'il concrétise la situation et au risque d'utiliser une méthode très astreignante, il préfère se raccrocher aux objets que d'aborder un terrain trop peu sûr.

Il faut remarquer aussi que ses difficultés de représentation ne sont pas étrangères à son attitude mais au contraire sont pratiquement à l'origine : il n'associe pas aux nombres la quantité d'objets qu'ils représentent, il n'évalue pas suffisamment la différence entre deux nombres pour parvenir à tout résumer par des chiffres.

Le modèle M_3 nécessite tout de même d'avoir une bonne image mentale des deux quantités d'objets pour manipuler uniquement les nombres qui représentent ces quantités.

Dans cet Item, lorsque Gaël propose 4I GB. intervient au moment de la vérification. Il étale les I3 triangles sur la table et laisse les autres objets dans le sac fermé. Ainsi l'enfant a l'impression d'y voir plus clair et de ne pas piétiner. Mais il s'attend à ce qu'on ouvre le sac, à ce qu'on le rassure, et au lieu de cela GB. l'amène vers un nouveau calcul, que nous noterons M_I : il s'agit de proposer un nombre représentant la quantité d'objets contenus dans le sac fermé.

A ce nombre, on ajoute les objets étalés sur la table en les comptant un par un. C'est un modèle moins coûteux que M_I et M_2 car il suffit de noter le nombre proposé et le résultat obtenu.

Mais l'enfant abandonne ce modèle après la première tentative pour revenir à M_I qui évidemment s'avère inefficace. Il ne maîtrise pas la situation et n'a pas une bonne conscience du coût des modèles pour déterminer à l'avance celui qui convient le mieux. Ce sont ses échecs qui lui apportent des indications sur l'efficacité des modèles.

Item (4 - L I09 à I34)

X) les faits :

L'enfant propose une suite de nombres (4I-42-3I-43-33-42-34) auxquels il ajoute à chaque fois I3 constituant un large encadrement de "52"

X) Commentaires :

Durant toutes ces tentatives, Gaël utilse le modèle M_I comptant à chaque fois un par un les I3 objets qui son sur la table. Lorsqu'il propose 40 il ajoute I3 et obtient 53 La proximité entre 53 et 52 lui donne une indication importante, à tel point qu'il dit "Ah! j'ai une preuve",mais aussitôt réapparait son problème de maîtrise des dizaines. La démarche à suivre n'est pas claire dans son esprit, il a des intuitions : si avec 40 on arrive à 53, pour arriver à 52 il faut quelque chose de tout près de 40. Or il vient d'essayer 4I et ça ne marchait pas. Donc il cherche du côté des "30" et on a vu, lors de l'analyse de ses difficultés, qu'il ne parvenait pas à passer de 40 à 39. C'est donc peut-être au hasard qu'il prend 3I mais peut-être parce que le dernier chiffre de 3I est un "I" et que de 52 à 53 il n'y a que I...

En proposant d'autres nombres il montre qu'il ne prend pas n'importe quoi. Il choisit alternativement un nombre de chaque dizaine : 40-3I 43-33 42-34

En fait il ne corrige pas ses encadrements, il compare ce qu'il obtient avec 52 mais ne considère pas le nombre qu'il vient de proposer. S'il obtient un résultat supérieur à 52 il choisira aussitôt un nombre "dans les30" qu'il n'a pas encore proposé.

Ce qui le pousse à "piétiner", c'est que lorsqu'il propose un nombre aux alentours de 30, il obtient un résultat dans la dizaine des 40 et de même lorsqu'il propose un nombre proche de 40 il obtient plus de 50 mais il ne sait pas où se situe la jonction des deux champs de recherches.

Il travaille donc dans trois domaines très différents qu'il n'arrive pas à lier ("les "30 et 40" et les "50").

Sa planche de salut va encore une fois être le hasard et une intervention de GB. celui-ci l'aide à découvrir que le nombre cherché est supérieur à 33 et à 34 L'enfant propose alors 37 et à la chance de"sauter" une dizaine pour atteindre directement 50. De là, il n'y a qu'un pas à franchir pour s'apercevoir qu'en ajoutant deux à 37 il obtiendra 52 et Gaël franchit facilement ce pas car il reste dans la même dizaine (37- 39). Il est probable que la recherche eût été prolongée si le total avait été par exemple 54 et qu'en proposant 39 il n'atteigne que 52.

Au cours de cette séance, l'enfant n'a pas "découvert" ce qui lui causait des difficultés, mais les tentatives d'approches successives lui ont permis de prendre conscience de ces difficultés. De plus cette action a été très bénéfique car elle lui montre qu'en persévérant il atteint le but qu'il s'est fixé donc il surmonte des obstacles face auxquels il se serait incliné auparavant.

III.3 - Conclusions relatives aux thèmes de la recherche

Si l'on considère d'une part l'ensemble des difficultés observées et étudiées chez Gaël, et d'autre part l'analyse d'un fragment de séance où GB. est intervenu directement ou indirectement, on dispose d'un nombre d'éléments suffisant pour conclure sur les modifications intervenant dans le contrat didactique.

Mais, à cette fin, il convient d'abord de rappeler quel était notre objectif : il s'agissait d'évaluer les répercussions des modifications du contrat didactique sur le comportement des enfants en échec électif en mathématiques.

Gaël ayant été reconnu comme appartenant à cette catégorie, il a été l'objet d'un soutien pédagogique au cours duquel on a tenté plusieurs fois de modifier le contrat.

Une des premières modifications apportées est le type de relation : l'enfant et l'enseignant sont en relation duelle et dans une salle autre que la salle de classe, donc l'enfant n'est pas dans son cadre habituel, celui où il échoue. De plus le fait d'être deux et non plus trente et un (comme en classe) oblige l'enfant à prendre part à l'action et à ne plus se retrancher dans le mutisme qui accompagne souvent l'échec.

D'autre part, dans cette relation duelle on parle ensemble des difficultés de l'enfant, lui-même peut les exposer et on essaie d'y remédier, l'enfant est conscient qu'il est là pour cela.

On essaie également au départ de motiver l'enfant: pour cela, il suffit souvent de le mettre en situation de succès, de lui permettre de réussir un exercice, ce qui le stimule et lui donne envie de réussir le problème suivant.

Un moyen de le motiver est donc de choisir un exercice simple pour lequel on est sûr qu'il possède les éléments de réponse, même si, au besoin, on doit l'aider, pourvu qu'il en ait compris le mécanisme.

Une autre modification du contrat didactique réside dans la manière dont on envisage une situation : on la fait vivre à l'enfant et on l'implique directement dans l'action (Cf. jeu du marchand) en le laissant tâtonner afin qu'il trouve le plus possible par lui même la méthode de résolution la plus rapide.

Il s'agit d'une véritable recherche pour l'enfant et elle est d'une extrême importance car il participe à l'élimination des obstacles qui l'empêchaient de comprendre, mais il est nécessaire de l'encourager et parfois de l'aider lorsqu'il est prêt d'un résultat sans pouvoir l'atteindre car ainsi on le stimule davantage.

Enfin parmi les diverses modifications que l'on peut apporter au contrat didactique, la plus importante est peut-être celle qui concerne l'attitude de l'enseignant face à l'enfant.

Son rôle est bien sûr d'apprendre à l'enfant, mais aussi et surtout de l'aider à apprendre, à comprendre et à savoir pourquoi il ne comprend pas.

A ce niveau la communication est souvent difficile entre le "maître" et l'élève dans la classe car le premier manque de temps, de disponibilité, et il est difficile pour un enseignant d'adapter son attitude à chaque élève, quant à l'enfant, souvent, il n'ose pas parler de ses difficultés, ou bien n'a pas envie d'en parler pour diverses raisons.

Nous avons donc observé au cours de ces séances de soutien l'influence de l'attitude de l'enseignant sur l'enfant.

En ce qui concerne Gaël, il en ressort que c'est un élément particulièrement déterminant sur son comportement car c'est un enfant très sensible à toute modification, notamment dans la relation duelle.

GB. a abordé les notions mathématiques sous formes de jeux, ce qui était nécessaire avec Gaël, qui en était encore à une attitude de "Bébé" en classe, mais à travers ces jeux il a introduit certaines difficultés (par exemple lorsqu'il enlève une poignée d'objets d'un sac il faut que l'enfant trouve ce qui reste, en tenant compte des couleurs des objets) ce qui oblige l'enfant à organiser sa pensée et son raisonnement. Mais il dispose toujours d'un moyen de vérification à portée de la main (la plupart du temps compter les objets) ce qui le sécurise et l'aide à progresser dans ses recherches.

Enfin l'attitude du maître n'est pas de "donner des recettes" à l'enfant mais de lui permettre toute tentative de résolution afin qu'il découvre la meilleure méthode.

En ce qui concerne Gaël, l'effet des modifications du contrat est très net : on a observé non seulement des progrès importants au niveau des résultats, mais également un changement radical dans son attitude face aux mathématiques : il est maintenant enthousiaste il essaie toujours d'être le premier à trouver en classe et surtout il fait preuve d'un certain goût de la recherche et d'un désir profond d'aboutir à un résultat dont il peut expliquer le sens.