Contribution de Guy Brousseau pour la table ronde

Je remercie les organisateurs pour la pertinence de leurs questions[1].

« Il y a près de quarante ans vous avez mené des expérimentations sur l'introduction de l'aléatoire dès l'école primaire ».

Question 1. Qu'est-ce qui animait les expérimentateurs ?

Ce qui animait les expérimentateurs ? L'attrait de la recherche pure

- Les instituteurs avaient d'abord le plaisir de proposer à leurs élèves des leçons qui intéressaient les enfants, les faisaient réfléchir, et apprendre, puis le plaisir de travailler en commun, de coopérer à une œuvre bien définie et originale, la curiosité de participer à des observations et à des analyses de leur métier et de leur travail, leur intérêt pour des approches de mathématiques inconnues d'eux et pour la collaboration avec des chercheurs de différentes disciplines.
- Les observateurs venaient pour les même raisons et parce qu'ils pouvaient offrir leur collaboration dans un projet qui nous dépassait tous.

C'était le pur plaisir de la recherche, poser des questions et trouver des éléments de réponse. Il n'y avait pas de carrière à en tirer, pour personne : on ne pouvait pas publier vraiment, ni en tant que chercheurs ni en tant qu'auteurs de manuels…

Vis-à-vis des probabilités, il y avait la nouveauté du sujet, le sentiment qu'il fallait faire figurer la pensée probabiliste parmi les moyens d'interprétation du monde que l'on voulait rendre disponible chez tous les citoyens.

Il ne s'agissait pas de préparer les élèves pour des études ultérieures études en enseignant des techniques pénibles, encore moins de faire de la propagande pour idéologies épistémologiques ou culturelles. Déterminer ce que les élèves pourraient comprendre et faire d'essentiel et ce qu'ils ne pourraient pas faire.

De plus ce domaine étant totalement vierge, ce qui nous permettait de mettre en œuvre nos principes d'ingénierie et de recherche didactique à l'épreuve sans trop devoir concilier nos idées avec des pratiques et des injonctions culturelles déjà là.

Nous étions des trappeurs dans une nouvelle Amérique, et nous voulions concevoir d'un coup une civilisation !!

Les observations ont duré trois ans avec des recherches comme ici à Périgueux menées par G. Déramecourt, et à Bordeaux où nous étions plus nombreux (Madeleine Bourgeois, Joel Briand pour le primaire, pour le secondaire etc.)

- Pour les chercheurs, l'ambition était de trouver un passage praticable et rapide vers une compréhension profonde d'un sujet mathématique difficile. Mais nos recherches portaient sur toutes les connaissances susceptibles d'être enseignées ou mieux enseignées dans la « scolarité obligatoire » (langage d'une époque révolue) à tous les élèves de 6 à 14ans, dans la perspective d'une scolarité longue (mais avec des bifurcations) pour tous les élèves. Nous avons effectué ainsi effectué des travaux de différentes sortes sur les Naturels, rationnels, décimaux, arithmétique, connaissance de l'espace, géométrie, système métrique, algèbre, logique, raisonnement…

Nous étions convaincus que si la culture des professeurs et du public pouvait profiter des connaissances nouvelles qui affluaient dans tous les secteurs, nous pouvions faire beaucoup mieux que l'enseignement alors en usage et dont nous connaissions bien les limites et les erreurs.

[1] Ces questions et mes réponses ont été rédigées AVANT le petit incident que vous savez.

Mais nous n'avions aucunement l'intention de faire de ces expériences autre chose que des démonstrations convaincantes sur des questions scientifiques précises. Il fallait évaluer les possibilités, les obstacles, les coûts etc. (en terme d'efforts et de changements de pratiques)
A aucun moment nous n'avons produit directement de manuels. Certains collaborateurs – très peu- l'ont fait et ont utilisé certains de nos dispositifs et de nos idées quand et comme ils le voulaient, sous leur responsabilité. Nous notions soigneusement ce que nous faisions pour le répliquer dans le cadre de recherches. Le dispositif du COREM avec l'école Michelet n'a jamais pu être répliqué. De sorte que nos observations se répétaient sur plusieurs années (dix à douze ans pour les sujets classiques).
Dans ce cadre général les probabilités et les statistiques étaient un enjeu nouveau passionnant

Question 2 Quel bilan en avons-nous tiré ?
Je me bornerai à résumer les résultats scientifiques,

A. Nous avions d'abord montré les défauts ou les bornes des méthodes envisagées à l'époque.
    a. Le simple fait d'utiliser le vocabulaire des probabilités suscitait chez les élèves la réminiscence ou la reproduction de la plupart des contresens et des obstacles épistémologiques qui ont émaillé l'histoire de ce domaine[2]. Par exemple les notions de chance et de destin personnel lui sont trop liées. Il est impossible n'annuler ces énormes handicaps culturels.
    b. L'initiation aux jeux de hasards n'est en aucun cas favorable à leur analyse effective. Le joueur s'intéresse aux calculs techniques ou aux martingales mais ses pulsions de joueur sont totalement contraires à une réflexion mathématique. Il nous a paru assez contraire à l'éthique d'initier les élèves à ces situations, même avec de bons alibis. Nous avons montré qu'il était possible d'éviter ces écueils.
    c. Les approches visant d'abord l'analyse combinatoire (Diénès) sont épistémologiquement inadéquates. Les approches empiriques (Varga) ont fait l'objet de critiques théoriques et d'expériences qui nous ont montré leurs défauts. Les approches statistiques étaient plus intéressantes, mais se limitaient à des applications du calcul des fractions (or nous pensions que l'enseignement des fractions au primaire avait très peu d'intérêt). Pouvions nous faire mieux ? Faire comprendre les rapports des statistiques et des probabilités en évitant tous les obstacles que nous avions détectés ?

A cause de son caractère original et de sa longueur (une dizaine de leçon et une vingtaine de séances très courtes hors horaire) l'expérience n'a été renouvelée qu'une fois.

B. Cette expérience a montré surtout
    a. que l'on pouvait initier assez facilement les élèves aux principes du test d'hypothèses, de la loi des grands nombres et de la notion de convergence en loi, et d'intervalle de confiance en se fondant sur des expériences de statistiques menées sur une machine de hasard mais sans se soucier de prévisions. Les élèves prennent conscience concrètement de la notion d'incertitude et de risque.
    b. Nous avons pu faire calculer aux élèves, dans d'autres expériences, les fréquences vers lesquelles ils s'attendaient à voir converger les fréquences observées. Ils se sont un peu familiarisés avec le vocabulaire de la mesure des évènements t des probabilités.

[2] N'étant devenu une branche des mathématiques que tardivement, les probabilités restaient pour beaucoup une simple occasion d'applications et de calcul).

c. Evidemment la preuve de la consistance de cette approche qui leur a paru évidente, est hors de la portée des élèves, mais on leur a dit qu'il s'agit d'un travail mathématique et non pas d'une loi naturelle ou surnaturelle.

C. Nous avons montré par cette expérience

a. que l'approche Bayésienne basée sur la réduction progressive de l'incertitude du sujet offre une voie plus facile et plus rationnelle vers la connaissance des rapports entre les statistiques et la théorie des probabilités que l'approche qui postule l'objectivité du caractère aléatoire des dispositifs.
b. Qu'une situation adéquate permettait de l'obtenir par un processus génétique qui respecte scrupuleusement les démarches des élèves.
c. Que les élèves pouvaient faire des calculs des probabilités (même composées) avec un succès vérifié
d. Mais nous avons aussi montré le caractère instable des *connaissances* ainsi développées. Sans prolongements sur plusieurs années, ces connaissances s'évanouissent et les savoirs de calcul qui les accompagnaient sans doute aussi.
e. Nous avons accessoirement montré que, le processus demandant de faire de nombreuses opérations (notamment de division et de proportionnalité). Les élèves avaient de meilleurs résultats sur ce genre d'épreuves scolaires classiques. [3]
f. Il y a eu bien d'autres résultats et retombées dans les expériences sur d'autres sujets. Le plus important a été de constater que la difficulté majeure pour introduire un concept comme celui de hasard dans l'enseignement primaire n'est pas d'ordre mathématique ou pédagogique, ni même d'ordre micro didactique mais macro didactique et culturel. Ce qui nous amène à votre troisième question

Question 3 Comment expliquez-vous qu'il n'y ait pas eu, à l'époque, d'extension de ces expérimentations ?

Des explications conjoncturelles d'abord telles que **l'abondance des expériences** et des innovations à cette époque ou **l'apparition de l'axiomatique de Kolmogorov** Fondée sur la théorie de la mesure, elle fut une percée didactique très séduisante et utile, LA manière de comprendre ce que le livre de Borel par exemple avait tant de mal à nous expliquer auparavant. Or mon expérience n'était pas fondée sur la même organisation des connaissances mathématiques. Elle rejetait le tour de passe-passe didactique de Kolmogorov.

Des explications plus structurelles : les connaissances et les croyances diffuses dans la culture au sujet des probabilités et de la statistique, l'impréparation épistémologique et didactique du public, mais aussi des mathématiciens et des professeurs.

Nous n'avons pas su résoudre le problème macrodidactique de la diffusion d'une culture mathématique et didactique convenables, vers les milieux où elle était nécessaire.

L'ampleur de notre échec se manifeste aujourd'hui de façon encore plus violente et stupide, dans des secteurs pourtant bien plus familiers et anciens de l'enseignement des statistiques.

L'exemple de l'enseignement de la logique dans les années 60 m'a fait entrevoir assez vite que si une réforme était entreprise, dans l'état des connaissances de notre société aussi bien

[3] . C'est en cherchant d'abord à donner un sens expérimental à la notion d'équiprobabilité, comme pour la conception usuelle des mesures de grandeurs que nous avons compris que cette notion ne peut pas recevoir de définition empirique directe. Grâce aux méthodes de l'analyse des situations, nous avons conçu un dispositif qui pourrait leur être présenté strictement comme une expérience de statistique, les données étant générées par un dispositif connaissable. Pour permettre de présenter concrètement aux professeurs les issues possible de la situation aléatoire dans laquelle ils se trouvaient. P.L. Hennequin a explicité le modèle mathématique de la situation didactique retenue.

sur le sujet mathématique que sur sa didactique, elle aboutirait immanquablement aux mêmes résultats : l'enseignement précoce de notions et de techniques complexes illustrées par des expériences empiriques accompagnant un langage dont le sens au moins serait inapproprié sur un fond épistémologique déplorable. Les nouveautés remarquables de la logique ont justifié un flot de résurgences d'avatars d'Aristote et d'Euler. Pour n'avoir pas prévu ni compris et en tout cas pas su maîtriser les effets des glissements métadidactiques qui en ont résulté, notre communauté a été finalement condamnée à manger son chapeau, en accusant quoi ? Les mathématiques elles mêmes ! Il a fallu tout jeter l'ivraie et le grain…
Je salue ici des collègues qui eux aussi, se consacrent à faire évoluer la culture mathématique des enseignants et de la société. Mais globalement, loin d'avoir retenu la leçon, notre communauté dès que sa virginité a été rétablie a replongé aussitôt par les mêmes procédés, avec des excès de même nature mais plus graves encore.

En conclusion je ne crois pas que les mathématiques des citoyens doivent être réduites à des algorithmes et à des techniques. De toute façon ces dernières ne constituent un socle pour un enseignement futur que si elles sont précédées et accompagnées intelligemment de bases intelligibles, intéressantes et fécondes pour les élèves. Ce qui ne signifie pas à mon avis barboter* « dans les jeux de hasard bien sûr, dans les aléas des manipulations et des expériences, dans les mesures de grandeurs physiques, dans les notions de chance, de risque, de certitude et d'incertitude, dans le probable et l'improbable et finalement dans tous les jugements et décisions », comme on l'envisage souvent.
A ce propos l'expression : « Introduire l'aléatoire » me semble inapproprié : trop vaste et trop flou. Il invite à des interprétations plus que douteuses. Dirions nous par contre exemple que les mathématiques à l'école primaire ont aujourd'hui pour objet « d'introduire le vrai »? ou « d'introduire le certain ? »).