BROUSSEAU GUY

SITUATIONS, PROCESSUS ET CURRICULUMS EN MATHEMATIQUES

1. INTRODUCTION

Cet exposé a pour objet de rappeler sommairement quelques généralités sur la théorie des situations, qui commence à être bien connue, et à attirer votre attention sur ses conséquences dans la conception et l'étude des longs processus d'enseignement.

Mes propos seront illustrés par un exemple, peut-être un peu complexe mais si important que je n'ai pas craint de le retenir : l'enseignement des statistiques et des probabilités dans la scolarité obligatoire. Les probabilités et surtout les statistiques sont des théories mathématiques relativement jeunes mais alors que leur importance dans la vie scientifique, sociale et citoyenne ne cesse d'augmenter, leur compréhension et leur usage demande, surtout aux non mathématiciens, des modifications épistémologiques assez profondes. De sorte que leur enseignement dans la scolarité obligatoire est très difficile, dès lors qu'on ne se contente pas de l'usage de quelques instruments de calcul (comme les proportions ou les moyennes) ou de quelques généralités émaillées de curiosités paradoxales. Les transpositions didactiques de ces théories n'ont pas encore eu le temps de se polir et elles suscitent encore de vrais obstacles épistémologiques. La tentative que j'évoquerai est extraite d'une expérience menée en 1974 et 1975 dans une classe d'enfants de 10-11 ans et rapportée dans un article de la revue « The Journal of Mathematical behavior ».

Mais peut-être est-il utile d'avertir d'abord l'auditoire du statut un peu particulier de la didactique des mathématiques.

2. DIDACTIQUE ET DIDACTIQUE DES MATHEMATIQUES

La *diffusion des connaissances* entre les humains est une pratique si primitive et fondamentale que son étude est très ancienne et qu'elle intéresse pratiquement toutes les disciplines. D'autant plus qu'il devient évident que celui qui reçoit une connaissance ne doit pas seulement la citer ou la réciter mais la « reproduire » c'est-à-dire la produire à nouveau, comme une création personnelle ; ce qui conduit à inclure la production de connaissances comme un élément de leur diffusion. La complexité et la variété des « approches » est telle, qu'il semble impossible aujourd'hui de les englober toutes autrement que par des réflexions philosophiques. Toute tentative apparaît aussitôt comme une prétention à instaurer une sorte de science des sciences, concurrente de toutes les autres sur chacune de leurs approches. La *didactique* étudie aujourd'hui les cas où *cette diffusion se fait à l'initiative de l'institution « diffuseur », alors que la cible n'en éprouve pas directement le besoin* (les conditions dans lesquelles elle se trouvent ne le lui font pas spontanément ressentir). Autrement dit, le diffuseur est investi d'un projet de faire approprier une connaissance précise à un sujet qui n'en éprouve pas le désir. Ainsi, la didactique moderne relève le défi d'être « l'étude de l'art d'enseigner quelque chose à quelqu'un qui n'en ressent ni le besoin ni l'envie ». Par là elle apparaît comme l'héritière naturelle de la Grande Didactique de Comenius car elle prolonge son projet et sa philosophie humaniste. Elle en a élargi le champ et l'ambition. Mais contrairement à d'autres approches modernes plus enclines à ignorer le caractère fondamental de l'apprentissage scolaire - nécessairement imposé de l'extérieur et arbitraire pour l'élève - elle le conserve à la base de son analyse. Au risque d'être une fois encore un objet de dérision, elle rejette les euphémismes rassurants (adaptation, éducation non directive).

Mais elle en diffère profondément.

La didactique « classique » traite les problèmes d'enseignement en les projetant sur deux composantes indépendantes : le contenu disciplinaire d'une part, la didactique générale ou « méthodologie » d'une autre. Elle présuppose ainsi que l'essentiel des dispositions de l'art d'enseigner est indépendant du contenu d'enseignement, ou que celui-ci n'intervient que comme spécification de principes non disciplinaires. Cette hypothèse a permis de traiter les questions d'enseignement et en particulier la formation des professeurs, de façon économique et efficace pendant des siècles.

Mais la didactique des mathématiques – précédée en partie par l'épistémologie génétique - a mis en évidence le fait que cette hypothèse était fausse : les situations d'apprentissages et les processus d'acquisition ne sont pas universellement les mêmes. Tout comme l'humanité elle-même, les êtres humains n'apprennent pas toutes les connaissances dans les mêmes circonstances ni selon des processus similaires : la géométrie, l'algèbre ou les probabilités n'ont pas les mêmes genèses et la même organisation.

Aussi la didactique moderne des mathématiques rejette-t-elle cette « approximation ». A la conjonction hasardeuse de méthodes soi-disant universelles, pour enseigner des savoirs déjà construits, elle oppose des genèses authentiques. Au rabattement sur des composantes indépendantes, elle substitue l'étude de l'espace des interactions effectives entre les dispositifs et les connaissances particulières. Elle prétend donc, à l'inverse du plan classique, reprendre à partir du savoir à enseigner lui-même, tout l'édifice des conditions d'enseignement et d'apprentissage.

Certes cette substitution s'accompagne d'une augmentation très sensible de la complexité des études et ceci a une grande influence sur la formation des professeurs. Il va falloir cesser de vouloir que la didactique ne serve exclusivement qu'à la formation des professeurs et aussi d'exiger que les professeurs appliquent dans n'importe quelles circonstances toutes les connaissances de la didactique.

L'importance qu'elle accorde aux *conditions* des comportements et des apprentissages la rend tout a fait indépendante de la psychologie, même si c'est pour mieux intégrer ensuite ses apports légitimes.

Mais la marge « contenus d'enseignement », même si elle redevient primordiale, n'est pas non plus acceptée telle que les mathématiciens la produisent. En montrant la réalité de la transposition des savoirs au gré de leurs migrations dans les différentes institutions de la société et en particulier dans les différentes couches du milieu scolaire, les travaux de didactique des mathématiques ont donné à la didactique moderne une base scientifique nouvelle.

Ainsi s'il s'agit d'enseigner les rudiments de statistiques ou de probabilités à des enfants faut-il s'interroger d'abord sur les conditions dans lesquelles ces connaissances sont indispensables. Attention, répétons qu'il ne s'agit pas de chercher quelques occasions de faire pratiquer quelques objets du champ des statistiques pour enseigner des emblèmes du savoir. Il s'agit de savoir dans quelles *conditions* l'invention de ce qu'est fondamentalement la statistique paraîtra nécessaire et inévitable aux élèves qu'ils pourront croire l'avoir inventée eux mêmes. Comme il est peu vraisemblable qu'une seule situation puisse créer comme par insight, la compréhension profonde d'un savoir qui a demandé une genèse historique longue et tortueuse, il faut s'attendre à ce que la genèse didactique ne soit pas réductible à une situation (encore que l'on a pu modéliser la situation fondamentale du nombre naturel et en dériver des genèses utilisables).

Un processus didactique doit articuler des situations suffisamment dé-didactifiables pour que les élèves puissent penser les avoir résolues eux mêmes. Et ces situations doivent relancer néanmoins des questions qui amènent à concevoir de nouvelles situations nécessaires à l'élucidation de la connaissance visée. Bien évidemment il serait miraculeux qu'il existe des situations conduisant de façon non didactique à l'élaboration spontanée de savoirs aussi sophistiqués que ceux que nous envisageons. Ils ont demandé des siècles de travail à des spécialistes et la solution culturelle actuelle est souvent loin d'être unique et stable. Il ne s'agit donc pas de satisfaire l'idéologie constructiviste, même si nous en donnons l'apparence. Il s'agit de laisser à l'exercice de la pensée de l'élève toute la place qui lui est nécessaire aux moments décisifs pour pénétrer les relations fondamentales et constitutives d'une connaissance et de ne pas substituer à son fonctionnement « naturel » des artefacts aussi lourds que peu efficaces, quand on peut faire mieux. Nous ne traiterons pas ici la question de la conduite optimale des situations et des processus.

3. LES SITUATIONS

L'hypothèse fondamentale de la théorie des situations[1] est que les conditions qui président à la mise en œuvre des connaissances n'agissent pas indépendamment les unes des autres et qu'il faut par conséquent les traiter ensemble. Elles forment des systèmes qu'il convient de modéliser avant de les mettre en évidence. Le modèle général retenu est celui de la théorie économique des jeux. Un sujet fait ce qui l'arrange le mieux en fonction des circonstances et de ses projets. Ses réactions ou ses décisions ont pour objet de minimiser et de réguler les perturbations qui lui sont imposées. Nous avons été conduits à classer grossièrement ces systèmes d'interaction en fonction de divers critères : présence ou non d'un actant ayant une intention didactique à l'égard des autres (situations didactiques ou non didactiques) et des types de réactions qu'ils provoquent (actions sur le milieu, formulations, assertions, dévolution ou institutionnalisation). L'utilisation de ces types permet de décrire et d'expliquer nombre de phénomènes d'enseignement, mais ils servent surtout d'entrée à la recherche des conditions spécifiques d'une connaissance donnée. L'expérience que je décris maintenant avait pour objet d'introduire les statistiques et les probabilités dans un même mouvement épistémologique. Nous avons étudié plus tard d'autres processus.
Considérons la situation suivante :

Le professeur :

« Votre camarade Pierre va mettre dans cette bouteille (opaque) et vide, 5 boules prises dans ce sac (opaque) qui en contient une trentaine. Venez vérifier qu'il n'y a dans le sac que des boules blanches et des boules noires ».

« Pierre, mélange les boules dans le sac, et maintenant, sans regarder, isole 5 boules que tu tiens à travers le tissu ».

« Venez constater qu'il y en a bien 5. J'introduis alors la bouteille dans le sac.

« Pierre, fais entrer les cinq boules dans la bouteille ! et maintenant bouche le goulot avec ce bouchon translucide.

« Vous êtes tous bien sûrs que dans cette bouteille il y a bien 5 boules et rien d'autre mais vous ne connaissez pas leur couleur. Nous allons essayer de savoir ce que contient cette bouteille sans jamais l'ouvrir ».

Cette question heurte évidemment les modalités des raisonnements déterministes en usage dans les classes et les élèves ne comprennent pas quel calcul ils pourraient faire pour obtenir la solution de ce problème.

Il commencent dont par essayer de regarder à travers le bouchon, puis l'un renverse la bouteille et là il peut voir la couleur de la boule qui se loge contre le bouchon.

- « Il y a une boule blanche ! »

La question qui vient spontanément alors est « y en a-t-il aussi une noire ? » deux retournements de la bouteille… encore une blanche (la même ? une autre ? personne ne

---

[1] La théorie des situations didactiques en mathématiques références en français, en espagnol et en anglais.

sait). L'idée que s'il y a une noire elle va finir par se montrer justifie des retournements jusqu'à ce que l'événement se produise (s'il se produit sinon ?). Ce ne sont évidement pas des tirages.

- « Il y a une blanche et une noire… » C'est la fin de l'épisode déterministe et rien ne saurait justifier dans ce mode de pensée de continuer à retourner cette bouteille (est-ce que la lecture d'un deuxième exemplaire d'un même journal confirme les nouvelles du premier ?).

Mais en général les enfants font des hypothèses qui vont démarrer le processus :

- « recommence cinq fois pour qu'on voie toutes les boules » dit un enfant qui a l'idée que les boules doivent se montrer successivement en bon ordre
- voilà ! il y a trois boules blanches et deux noires !

L'histoire n'a pas de raison d'aller plus loin… sauf si cette idée que les boules se montrent sagement dans le même ordre est relevée, que ce soit par le professeur ou par un élève.

- « Si ce que tu dis est vrai alors en recommençant on devrait voir encore les trois blanches et les deux noires… »

Surtout ne pas s'arrêter aux hésitations des élèves qu'une prévision directe effarouche

- « cette fois on voit quatre fois une blanche et une noire »

Exit sans bruit l'hypothèse de la succession régulière … tout pourrait s'arrêter là

- « En tout cas il y plus de blanches que de noires… » dit un autre
- Alors on devrait continuer à voir plus de blanches que de noires si on continuait ?
- Non, si les blanches se sont montrées c'est au tour des noires (il aura compensation).

De là une attention particulière pour les résultats des observations et pour leur enregistrement.

Il faudrait examiner toutes les évolutions possibles dans tous les cas (par exemple s'il n'y avait que des boules blanches) mais le démarrage est maintenant assuré et le professeur va pouvoir relancer des « expériences » (qui ne sont toujours pas des tirages puisqu'elles se font en situation supposée déterministe) à l'aide du moteur suivants :

Si ce qu'on voit donne des indications sur ce que contient la bouteille, alors en reproduisant ce qu'on a fait on doit reproduire ce qu'on a vu (la question est évidemment : « qu'est-ce qu'il y a à voir de commun entre ces expérience ».

Ce qu'on a vu va devenir l'image du passé de la machine de hasard, c'est à dire une *statistique*, ce qu'on prévoit va devenir des événements plus ou moins *probables* associées à la machine et les deux sont reliées par des hypothèses sur la structure de la machine que l'on peut facilement imaginer.

Il faut remarquer que cette situation est fondamentale à la fois pour les statistiques *et* pour les probabilités. Autrement dit seule l'invention de ces deux concepts (et les notions afférentes) et la compréhension de leurs rapports peut résoudre ce problème de façon satisfaisante. Il serait compliqué de discuter ce point maintenant. C'est en suivant la genèse que ce problème peut provoquer que nous le vérifierons. Cela suppose évidemment que le professeur n'apportera et n'acceptera aucun apport extérieur sur les questions cruciales que nous allons rencontrer.

4. LES PROCESSUS

Un processus didactique est une suite de situations didactiques relatives à une même connaissance (objet d'enseignement ou d'apprentissage) et telles que le bon déroulement de l'une exige le bon déroulement de toutes les précédentes. Cette définition convient à une description après coup. Lors de la conception d'un curriculum normatif on utilise d'autres termes (programme, progression …). Mais si les situations sont relativement a-didactiques il faut considérer les raisons locales et temporaires qu'on a après chaque situation de considérer la suivante. Alors non seulement chaque situation peut être proposée grâce aux acquisitions des précédentes mais elle est de plus (plus ou moins) justifiée par les questions soulevées par la précédente. Ces justifications ont deux versants, les justifications pour le professeur (étape sur un projet de curriculum par ex.), mais nous nous intéressons ici aux justifications pour les élèves (intelligibilité de la situation, pertinence et intérêt immédiat des questions, possibilité de résoudre etc.)

Un tel processus constitue une « genèse » d'un concept ou d'une notion, c'est à dire une construction. Il s'agit d'une *chronogenèse* c'est à dire d'une genèse où les liens entre les connaissances sont déterminés par leur place dans une histoire et par des relations de causalité, de dialectique. La chronogenèse authentique - historique - d'une connaissance ne peut servir que rarement de modèle didactique parce que les situations qui la composent sont beaucoup trop complexes, les conditions effectives des découvertes ne sont pas reproductibles les motivations et les répertoires des premiers constructeurs sont souvent très éloignées de ce que la culture en a retenu.

Une partie importante du travail mathématique consiste à substituer à cette chronogenèse souvent chaotique ou hésitante d'une connaissance mathématique une construction logique, ergonomique et si possible élégante, qui en permet à la fois la vérification, la compréhension et l'usage. Cet effort permanent de reconstruction est de nature didactique. Il aboutit à une *topogenèse des mathématiques* où chaque objet est placé en fonction de sa définition et de ses propriétés, dans un ordre partiel régi par les relations de nécessité logique et d'ergonomie.

Dans une topogenèse et dans la chronogenèse d'un même savoir, les objets sont mathématiquement équivalents, mais leur organisation, leur place réciproque, leur signification, leur environnement de connaissances sont différents.

L'intérêt de la topogenèse est qu'elle structure les connaissances de façon à minimiser la mémoire, les risques d'erreurs, les redondances, les efforts de communication… Mais elle tend aussi à faire disparaître les conditions qui ont rendu une connaissance nécessaire et fonctionnelle. La chronogenèse est toujours beaucoup plus proche du fonctionnement réel des mathématiques et à ce titre beaucoup plus motivante, excitante même pour les élèves, mais elle est aussi beaucoup plus aléatoire et dispendieuse en temps d'apprentissage que la topogenèse. Et comme finalement les élèves doivent sortir de leurs études avec des connaissances structurées comme l'exige la topogenèse du moment, il faut bien si on utilise une chronogenèse trop différente, la réorganiser, ce qui prendra encore plus de temps.

Cet exemple montre bien que la didactique consiste non pas à déterminer des normes mais à étudier des équilibres entre des contraintes opposées.

Les processus d'apprentissages sont composés de situations auxquelles ils donnent un sens, une signification

A grands traits, le processus qui s'engage dans la situation fondamentale des probabilités et des statistiques est le suivant : les enfants vont un temps faire des groupes de 5 observations avec l'idée de représenter ainsi le contenu de la bouteille. Ils sont très déçus de voir les résultats fluctuer mais l'idée qu'il y a plus de blanches ou plus de noires, et que ça doit se voir suffit à entretenir le processus. Bientôt ils comptent combien de fois ils ont obtenu 4 b et 1 n, 3 b et 2n ou 2 b et 3 n et en tirent argument pour renforcer leur conviction. Par exemple à un moment donné ils ont 5 séries (3b, 2n) contre 4 (4b et 1n) et 3 (2b, 3n).

Bientôt leur conviction est faite. Ils se déclarent sûrs de leur fait… et réclament d'ouvrir la bouteille pour vérifier ! Le professeur évidemment refuse : s'ils sont sûr, inutile de vérifier, sinon il faut d'autre moyens de se convaincre (la probabilité n'est pas un concept expérimental). Nous serons sur disent les enfants lorsque l'effectif d'une des compositions possibles dépassera les autres de 3…

Voici le résultat

C’est alors que certains élèves avancent l’argument suivant : il y a autant de (3b,2n) que de (2b, 3n) mais il y a beaucoup plus de (4b, 1n) que de (1b, 4n) alors il faut conclure qu’il y a (3b, 2n). D’autre argumentent plus radicalement il est sorti beaucoup plus de blancs (32 + 36 + 26 + 2) = 94 que de noirs (26 + 36 + 8) = 70, il y a plus de blancs que de noirs, donc c’est 3b et 2n. Certains qui ne voulaient pas compter les résultats « faux » c’est à dire non conformes à leur intime conviction voient là l’occasion d’augmenter ce que nous appellerions leur « corpus ». C’est ainsi qu’une distribution de distributions fait entrer la comparaison des effectifs de noirs et de blancs dans le débat. Le fait que la fréquence des événements converge plus vite que celle des distributions a été pressenti et concrètement utilisé. Les rapports de noirs et de blancs apparaîtront plus tard.

Et le professeur relance toujours le processus en disant : « si vous êtes sûrs qu’il y plus de billes blanches que de noires dans la bouteille parce que vous voyez sortir plus de coups « blancs » que de coups « noirs », alors vous devez penser qu’en recommençant vous allez trouver encore, plus de coups blancs ?

- Oui !
- Et est ce que c’est vrai ?
- Essayons…

Ainsi les suites de tirages s’allongent nourries de doutes et de convictions des élèves et de leur désir de vérifier et de prouver ce qu’ils pensent. Les séances sont courtes : le plus souvent dix minutes ou un quart d’heure : le temps de discuter un résultat et de décider une action.

Certains, intrigués par cette bouteille, et irrités par le refus obstiné du professeur d’ouvrir la bouteille initiale décident de prendre des bouteilles de plastique transparent pour « voir » ce qui se passe. Ils en font trois, s’accordant pour trouver sans intérêt les bouteilles qui ne contiennent que des boules de la même couleur. Le mystère ne s’éclaircit pas pour autant, alors le professeur leur demande s’ils peuvent prévoir des résultats obtenus avec ces bouteilles. Certains conservent les distributions d’autres prévoient et comptent les blancs et les noirs, mais dans les deux cas la prévision est linéaire : la distribution prochaine sera identique à la précédente, c’est en tout cas ce qu’on a avantage à prévoir.

L ‘étape suivante est franchie lorsque les élèves commencent à pressentir que la meilleur prévision pour les bouteille transparentes, utilise le contenu des la bouteille plutôt que les résultats des premiers tirage. Et aussi lorsqu’ils soupçonnent le rôle intrinsèque de la longueur des suites d’observations. Il y a des écarts, pensent-ils mais si on recommence on devrait voir les écarts se réduire ! Espoir fallacieux pour l’instant puisqu’on considère des effectifs, mais l’important est que cette étape fournit des raisons de faire de longues suites d’observation et de noter les résultats dans le cadre de questions pertinentes à leur sujet. Devant la longueur désespérante des tirages, de plus en plus nombreux pour satisfaire les demandes le professeur propose des tirages déjà fait (des tables de n et b obtenues hors de la classe avec un ordinateur). Au début les élèves comptent les n et les b, par la suite, ils demande à la machine de calculer directement les effectifs, puis beaucoup plus tard les rapports.

Dès lors tout est en place pour calculer le rapport vers lequel on s’attend à voir la fréquence observée des blancs ou des noirs se rapprocher : 3/5 pour (3b,2n), 2/5 pour (2b, 3n) etc. Les élèves fixent eux mêmes le nombre de tirages dont ils demandent les résultats à l’ordinateur (entré entre temps dans la classe). Les séries de fréquences observées sont reportées sur des graphiques et les élèves « observent » que les courbes après des oscillations assez importantes viennent s’approcher des valeurs prévues.

Il leur est proposé des jeux où il faut deviner quel est le contenu d’une bouteille à la lecture d’une série de tirages qu’elle a produite. Pour cela ils peuvent acheter des séries de la longueur qu’ils veulent. Cette situation simule exactement le problème du test d’hypothèse. Le prix à payer les amène à s’interroger sur les rapports entre la longueur de la série et le risque de se tromper. L'expérience est « décisive » pour eux. Autour des valeurs de convergence 0,2 (1 blanc) ; 0,4 (2b) ; 0,6 (3b) ; 0,8 (4b) ils repèrent des bandes à l'intérieur desquelles les séries finissent par entrer et à rester. En demandant 50 tirages seulement séries sont dans la bande et à l'extérieur avec 100 les proportions sont … Au vocabulaire près, les élèves utilisent la notion de seuil de signification et d'intervalle de décision.

C'est seulement lorsqu'ils ont ainsi pratiqué le genre d'expériences qui leur permet de deviner la composition d'une urne, et de prévoir ou d'interpréter des séries de fréquences qu'on change la machine de hasard et qu'on leur demande de prévoir ce qui arrivera si on utilise d'autres machines de hasard.

C'est seulement alors que l'on a pu introduire le vocabulaire des événements et des opérations sur les événements, puis le calcul sur des valeurs de « probabilité ». Tous les calculs élémentaires dits « de probabilités » ont alors pu être découverts par les élèves ou enseignés. Il faut remarquer qu'à aucun moment nous n'avons parlé formellement de probabilité, ni introduit des spéculations sur la couleur qui allait sortir au cours d'une expérience isolée. De ce fait les grandeurs manipulées l'ont été dans le cadre d'une pensée déterministe en situation d'incertitude, tout à fait adaptée aux enfants de cet âge. L'expérience s'est étendue sur 32 séances (hors des cours de mathématiques) et dont seulement une dizaine ont duré plus d'une demi heure.

Cette expérience, malgré les apparences, introduit essentiellement des notions de statistiques et elle n'est pas une démarche empirique. Les situations n'ont pour effet que de stimuler des questions, jamais elles ne fournissent de réponse décisive à ces questions. Ce qui a été découvert et enseigné est une démarche, pas une preuve[2].

Le vocabulaire technique relatif à d'autres types de variables aléatoires et les statistiques classiques (moyennes, écart-type, etc.) peuvent être introduits plus tard sur cette base.

5. L'ORGANISATION DES CURRICULUMS

L'expérience ci-dessus ne doit pas être comprise comme un exemple de processus à suivre et à reproduire en situation scolaire. Il s'agissait de montrer un exemple de processus où l'enchaînement des situations rendait possible la restitution d'une chronogenèse correcte des notions fondamentales de la statistique inférentielle, même avec des enfants de l'école primaire. Nous avons montré que loin de devoir subordonner les statistiques à l'étude des probabilités il était possible d'inverser cet ordre, ou mieux de les développer ensemble dans une même dialectique. L'analyse mathématique et didactique de cette expérience sort du cadre de cet exposé. Nous avons effectué le même genre d'expériences avec toutes les notions fondamentales des mathématiques dignes d'être proposées dans la scolarité obligatoire[3].

Nous en avons profité pour étudier les contraintes ***micro didactiques*** propres à ce projet : le rôle des modèles implicites qui apparaissent avant que les élèves aient la possibilité de les formuler, le rôle de ces modèles dans la conviction des élèves et sur les apprentissages, le rôle des formulations dans la mémorisation ou dans le réinvestissement des connaissances, le rôle de la conviction dans la preuve etc. Il nous semble avoir à peu près résolu tous les problèmes que pose la réplication de l'expérience (bien qu'elle n'ait été reproduite que deux fois seulement). Mais aucun des problèmes que poserait le développement d'une telle expérience dans un grand nombre de classes ordinaires n'a été étudié. L'inscription d'un tel processus

---

[2] En effet la preuve de la validité de la méthode du test d'hypothèse n'est pas dans une expérience de Bernouilli effective, mais dans la démonstration mathématique des théorèmes de convergence (central-limite ou même Bienaymé-Chébichev). La validité de nos inférences sur des statistiques nécessairement finies est établie par leur stabilité à l'infini, c'est à dire par des mathématiques et non pas par des expériences.

[3] Nombres Naturels, Rationnels et Décimaux, Espace et Géométrie, Mesure, Algèbre

dans un curriculum réel poserait des problèmes complexes aux professeurs et sans doute des problèmes insurmontables à leur environnement culturel, administratif et scientifique.

Ces difficultés relèvent de contraintes ***macro didactiques***. Ce sont des contraintes que font peser sur l'enseignement d'un secteur de connaissances les rapports particuliers que diverses institutions ou corps sociaux entretiennent avec ces connaissances précises. Il n'est pas raisonnable de croire qu'on peut bouleverser la culture statistique d'une société, quand bien même ce serait avec la force d'un gouvernement et avec la détermination de toute une profession. La culture statistique s'appuie sur un tissu dense de connaissances ou d'ignorance des mathématiques, sur des positions épistémologiques voire philosophiques, sur de présupposés didactiques ou pédagogiques, répandues de façon diverses mais non aléatoire dans un lacis de professions et de rapports sociaux ou techniques.

Principalement nous avions voulu montrer à l'époque l'importance du sens des connaissances, déterminé par la nature des situations, par rapport aussi bien aux ambitions didactiques excessives d'un enseignement formel et conforme à l'axiomatique, qu'aux dispositions des enfants trop facilement imputées à leurs caractéristiques psychologiques.

Nous avons eu une occasion d'éprouver l'importance de ces conditions macrodidactiques lorsque nous avons voulu substituer des méthodes de calcul humain des opérations arithmétiques élémentaires plus ergonomiques et beaucoup plus fiables à celles qui sont encore actuellement pratiquées en France (malgré la généralisation de l'usage des calculettes et la baisse très profonde de la pratique du calcul chez les élèves). Il ne suffit absolument pas que l'ingénierie didactique propose des solutions éprouvées scientifiquement, théoriquement et expérimentalement, et parfaitement transmissibles à tous les professeurs à des problèmes graves et reconnus pour que ces solutions soient utilisées. (Pas plus qu'il ne suffit de produire un matériel performant et bon marché pour le vendre).

6. CONCLUSION

Si la théorie des situations, illustrée par quelques situations fondamentales typiques, commence à être utilisée avec brio par de nombreux chercheurs en didactiques et par des professeurs de mathématiques, les applications qui en ont été faites dans l'ingénierie des processus et des curriculum l'est moins. Probablement parce que les expériences de processus longs sont très difficiles à mettre en œuvre et à maîtriser. J'ai voulu montrer ici qu'il y a un vaste champ de réflexion qu'il est nécessaire de cultiver si on veut faire progresser l'enseignement des mathématiques dans la scolarité obligatoire

BIBLIOGRAPHIE

BROUSSEAU G. (1997) "Theory of Didactical situations in Mathematics". Recueil de textes de Didactique des mathématiques 1970-1990" traduction M. COOPER et N. BALACHEFF, Rosamund SUTHERLAND et Virginia WARFIELD. (KLUWER).

BROUSSEAU G. (1998) "La théorie des situations didactiques". Recueil de textes de Didactique des mathématiques 1970-1990" présentés par M. COOPER et N. BALACHEFF, Rosamund SUTHERLAND et Virginia WARFIELD. (La pensée sauvage, Grenoble).

BROUSSEAU G. (1993) "Fundamentos y méthodos de la didactica de la matematica" Trad. Dilma Fregona y Facundo Ortega, ed. n° 19/93 Facultad de matematica astronomia y fisica. Universidad de Cordoba (Ar)

Existen tambien traducciones de este texto por Julia Centeno (1989) publicaciones del seminario matematico Garcia de Galdeano Série II (Universitad de Zaragoza) y de Juan Godino, (Universidad de Granada)

BROUSSEAU G. (1993) "Stratégies de l'analyse statistique". (cours pour les professeurs de mathématiques, 80 pages) (DAEST, Université Bordeaux 2).

Guy BROUSSEAU, Nadine BROUSSEAU, Virginia WARFIELD, “An experiment on the teaching of statistics and probabilité” *Journal of Mathematical Behavior*, 20 (2002) 363-441

N. et G.BROUSSEAU. (1987). Rationnels et décimaux dans la scolarité obligatoire. 535 pages IREM, Université BORDEAUX 1.

R. DOUADY : “Approche des nombres réels en situation d’apprentissage scolaire” *Recherches en didactique des Mathématiques,* 1.1 1980. La pensée sauvage. Grenoble. 77-110