

PERSPECTIVES POUR LA DIDACTIQUE DES MATHÉMATIQUES

Guy Brousseau

La didactique des mathématiques est née de l'intérêt porté dans les années soixante aux moyens d'améliorer l'enseignement des mathématiques, et de l'espoir de trouver ces moyens dans des études scientifiques appropriées. En tant que champ scientifique, elle doit donc accueillir toutes sortes de déclarations et de prescriptions venues d'un grand nombre de disciplines avec qui elle possède de fait une frontière quasi fractale. Il lui revenait ce que ne peut faire aucune d'entre elles: hiérarchiser et coordonner ces apports et déterminer leur signification pour les pratiques d'enseignement qu'ils visent.

La phase d'importation d'idées et de chercheurs et l'apprentissage des méthodes des sciences en présence a été exaltante, celle de leur intégration et du développement de l'observation et de l'écoute des élèves et des enseignants a été plus austère. La remarquable synthèse présentée ici par M.J. PERRIN-GLORIAN éclaire les difficultés rencontrées et l'évolution d'une des voies suivies. La fonction même de ce champ scientifique nous a conduits à le réorganiser sans cesse, à l'amplifier, et finalement à le présenter comme une discipline autonome. Les phases de théorisation et de différenciation sont toujours beaucoup moins sympathiques.

La didactique des mathématiques se présente donc, a priori, assez naturellement, comme la science des conditions spécifiques de l'acquisition provoquée des connaissances mathématiques.

Cette définition doit être discutée. Des institutions ou des individus en interaction s'opposent ou coopèrent dans des tâches diverses qui requièrent la mise en oeuvre, la création, la transformation, l'évaluation et l'échange de connaissances mathématiques. Parmi ces interactions, certaines, décidées par une institution, visent à transformer durablement les connaissances d'une autre, indépendamment des besoins actuellement perçus par cette dernière. Ces interactions, qu'elles aboutissent ou non à une acquisition, sont dites didactiques. Ce sont elles qu'il s'agit de décrire et de comprendre.

Seraient-elles par conséquent des cas particuliers de communication? En fait toute communication réelle comporte une intention de l'émetteur, non perçue du récepteur. Par conséquent les communications non didactiques effectives doivent être envisagées comme des cas particuliers de situations didactiques, ainsi que nos observations nous conduisent d'ailleurs à le penser. Au contraire, l'intentionnalité didactique peut s'exprimer en l'absence de récepteur, dans des conditions plus générales que la communication.

Enfin les acquisitions spontanées de connaissances ne sont pas le résultat d'une intervention didactique, mais la reproduction de leurs conditions est potentiellement un moyen de les enseigner. Leur étude est donc au coeur de la didactique.

La didactique des mathématiques serait donc la science des conditions spécifiques de la diffusion des connaissances mathématiques.

Cette définition devrait encore être élargie car il est établi que la diffusion entraîne et requiert des transformations des savoirs, et qu'elle ne se produit qu'en fonction de l'activité cognitive propre des systèmes en interaction. La didactique devrait donc aussi inclure (ou être incluse dans) l'étude des conditions de l'existence (et donc aussi de l'apparition voire de la création) des connaissances mathématiques. Cette extension engloberait l'épistémologie classique tout entière à laquelle elle adjoindrait un volet expérimental et qu'elle ouvrirait à des approches nouvelles comme l'approche anthropologique.

La **didactique des mathématiques** se place ainsi dans le cadre des sciences cognitives comme la **science des conditions spécifiques de la diffusion des connaissances mathématiques utiles au fonctionnement des institutions humaines**.

Son but est essentiellement la **connaissance** d'une certaine catégorie de phénomènes, qu'il en découle ou non immédiatement des techniques, des décisions ou des moyens d'action. Ses rapports avec la technologie de l'enseignement sont ceux d'une science avec ses applications.

Prise dans cette acception très générale, la didactique des mathématiques ambitionne de décrire les échanges et les transformations de savoirs à différentes échelles, aussi bien celle des relations inter culturelles du monde que celle d'une classe ou d'une leçon particulière.

Il s'agit là d'un projet très noble et très excitant. Le XX^{ième} siècle a résolu la plupart des problèmes techniques de la communication des idées. Pourtant si on considère les savoirs, les connaissances et leur emploi, jamais l'écart entre les hommes ou les sociétés n'a été plus grand qu'aujourd'hui dans le monde. Jamais autant de problèmes graves pour l'avenir de l'humanité n'ont autant dépendu de la transmission rapide d'informations complexes à des populations aussi nombreuses et aussi variées et jamais les obstacles non techniques à cette diffusion n'ont apparu plus clairement.

Il est plus important que jamais de partager le contrôle des affaires des hommes entre tous les hommes. Ce contrôle exige un minimum de modes de pensées qui doivent être communs; leur élaboration, leur diffusion, leur acceptation et leur usage, dépend d'inter-assujettissements qui sont l'objet d'étude de la didactique au sens le plus large. Le partage de la responsabilité dans la diffusion de cette culture commune apparaît aussi comme une condition primordiale d'une société qui veut respecter la dignité humaine.

La didactique des mathématiques paraît aussi inévitable pour comprendre ces phénomènes, que l'économie l'est pour comprendre les échanges et les transformations de biens matériels. Les phénomènes didactiques sont à la circulation des savoirs ce que les phénomènes économiques sont à la circulation des biens matériels. Il est au moins aussi important de comprendre les uns que les autres et il ne sera vraisemblablement pas plus facile dans un domaine que dans l'autre d'en tirer des moyens de remédier aux difficultés qui s'y présentent. Elle serait en tout cas théoriquement incontournable pour le mathématicien qui s'interroge sur la diffusion des mathématiques; de même pour celui qui voudrait intervenir sur leur enseignement dans les conditions plus sévères de contrôle, de transparence et d'efficacité que notre civilisation tend à exiger.

Mais les ressemblances sont trompeuses. La didactique et l'économie n'ont guère en commun que le sort qu'elles connaissent à leur origine. La société tend à surestimer sa capacité à agir sur leurs manifestations et sous-estime sa capacité à les comprendre et les moyens à développer pour cela.

Espace de contraintes dans lesquelles se situent les perspectives de la didactique:

Le développement de la didactique obéit, comme celui de toute science, à au moins deux ordres de contraintes différents:

- les contraintes, disons **internes**, celles qui résultent de la dialectique scientifique; les questions s'imposent, dans la logique du prolongement des résultats obtenus, ou bien s'articulent comme conditions nécessaires d'un développement ultérieur.

- et les contraintes **externes**, celles qui résultent du fonctionnement de la société et de l'intérêt qu'elle porte à tel ou tel aspect des recherches pour des raisons d'utilité ou d'idéologie.

L'usage, en sciences, est de les tenir bien séparés. Mais, même si les conditions de développement et de diffusion des mathématiques - que nous étudions - diffèrent sensiblement de celles de leur didactique - dont nous dépendons -, nous ne pouvons faire abstraction de leur interdépendance ni de leurs ressemblances. Dans une certaine mesure la didactique de la didactique des mathématiques est incluse dans la didactique des mathématiques.

Alors que le bilan de ces vingt dernières années semble aujourd'hui assez positif du point de vue de son développement interne, les perspectives de la didactique des mathématiques semblent dépendre beaucoup plus des contraintes externes. Et la projection fournie par ses propres modèles ne permet pas à court terme d'espérer excessifs dans ce domaine.

En effet, une première constatation s'impose: la connaissance approfondie des conditions d'existence et de diffusion d'une connaissance paraît toujours beaucoup plus complexe que cette connaissance elle-même, ne serait-ce que parce qu'elle l'implique. La forme appliquée de la didactique est un discours justificatif de l'organisation des conditions qui président à l'apprentissage d'un savoir mathématique. Ce discours doit lui-même s'appuyer sur des savoirs. Il est donc difficile de trouver pour la didactique une utilisation socialement efficace à cause de cette complexité originelle.

Contraintes externes

fonctions sociales de la didactique

Une des méthodes d'analyse, en didactique, consiste à envisager les conditions d'existence et de diffusion des connaissances étudiées, en modélisant (par des "situations") les rôles qu'elles tiennent dans divers types d'activités. Appliquons cette méthode pour la didactique tout entière: quelles peuvent être les fonctions sociales de la didactique des mathématiques? Quelles institutions peuvent assumer cette fonction? Quelles chances ont-elles de le faire?

La didactique des mathématiques est le savoir qui permet d'identifier, de reconnaître, de valider, de gérer publiquement les connaissances mises en oeuvre dans la diffusion des savoirs mathématiques. Elle exprime donc ce qui, dans les processus de diffusion, n'est ni réductible à la discipline ni concevable sans elle. Elle se nourrira toujours désormais de la curiosité des hommes pour ce genre de phénomènes et existera toujours, - c'est du moins mon avis -, sous une forme ou sous une autre, dans une position épistémologique indépendante ou non.

Elle peut donc se révéler nécessaire, d'abord, dans les conflits qui opposent les protagonistes de la diffusion des savoirs: les protagonistes de l'enseignement bien

évidemment, mais aussi ceux de la gestion politique des savoirs. Une telle politique ne peut pas être conduite uniquement sur une culture généraliste, ni même sur une simple juxtaposition de connaissances non spécifiques et de connaissances purement disciplinaires. Plus le public exige une gestion démocratique et fine de la production et de l'usage des savoirs plus il dépend d'une culture didactique de ces savoirs.

Le didacticien est alors "l'expert", le bureau d'études, qui peut rendre les arbitrages possibles entre les institutions intéressées, comme a tenté de le faire en son temps le NSLMA project de Bloom aux Etats Unis dans les années soixante. Pour l'instant, cette fonction, lorsqu'elle concerne, en free lance, l'ensemble de la population, me semble trop faible et trop sporadique pour pousser au développement de connaissances très spécifiques des savoirs. Ses relations avec les institutions de création du savoir mathématique sont trop distantes. Elle emprunte ses modèles à l'économie, ses méthodes aux statistiques et crée des instruments conceptuels essentiellement généralistes.

Par contre, la didactique peut se révéler précieuse, à court terme, pour la détermination et la diffusion des connaissances nécessaires au bon fonctionnement d'une entreprise.

Des attentes démesurées et des critiques excessives envers la didactique.

Parmi ceux qui sont conscients de l'importance de l'éducation, certains ont investi la didactique de possibilités et d'obligations excessives et illusoire, d'autres au contraire la déclarent inadéquate ou inefficace, beaucoup conjuguent les deux opinions. En fait bien peu peuvent montrer qu'ils en ont une représentation claire.

La didactique devrait montrer sa pertinence par des conclusions relatives à ce qui préoccupe les enseignants, la noosphère, les parents et la société; ses conclusions devraient être communicables directement à tous, sans conceptions étranges ni vocabulaire spécifique; Elles devraient être sûres et établies par des raisonnements classiques et, en même temps, originales par rapport à ce qui peut être obtenu par la connaissance commune, tout en restant compatible avec elle.

La didactique devrait montrer en même temps son efficacité en proposant des actions ou des matériels qui provoqueraient des améliorations significatives, générales et rapides de l'enseignement. Les connaissances qu'elle produit devraient s'y appliquer visiblement et sans modifications profondes des conceptions et des moyens en cours.

Prises séparément, chacune de ces exigences paraît légitime et même raisonnable.

Le bilan de ces vingt dernières années de didactique fait ressortir des résultats indiscutables et de nombreuses réalisations intéressantes et utiles qui satisfont une partie de ces exigences, mais pas toutes.

Tout d'abord elles forment un ensemble contradictoire. Les résultats qui contredisent certaines des connaissances pratiques ou de bon sens apparaissent douteux et resteront ignorés. Les résultats qui, au contraire, sont conformes à une connaissance spontanée ou de bon sens, paraissent inutiles et par conséquent, pédants. Il est instructif de constater que cette dialectique, appliquée parfois par les professeurs à la didactique, est elle même appliquée par la noosphère aux opinions ou aux pratiques des professeurs. S'il arrive exceptionnellement qu'une conclusion exprimée avec des termes spécifiques et adéquats soit acceptée sans trop de contresens, c'est bien souvent pour de mauvaises raisons qui conduisent à des utilisations incontrôlées.

De même lorsque la didactique produit des propositions d'ingénierie elles sont limitées et locales. Leurs conditions de variabilité sont le plus souvent mal connues ou difficiles à communiquer et faiblement extensibles, qu'elles peuvent être mal adaptées

aux représentations usuelles, ou trop en rupture avec le fonctionnement actuel du système d'enseignement. Et dans les cas où ces propositions sont vraiment utilisables, et utilisées, on peut très vite oublier leur origine et les détacher de leur contrôle théorique.

D'ailleurs aucune science ne satisfait toutes ces conditions en même temps.

Une conception inappropriée des structures sociales

Il faut beaucoup de temps, dans une société, pour que se créent les institutions et les langages, qui permettent, ici, l'existence de savoirs consistants et contrôlés, là, celle des pratiques apparemment correspondantes avec leur cortège de connaissances indispensables. Ces institutions doivent pouvoir maintenir la distance transpositive nécessaire à leur fonctionnement simultané et assurer les interactions favorables à la pertinence des unes et à l'efficacité des autres. De telles institutions manquent terriblement, même aux Etats Unis où en ont apparu des ébauches pour arbitrer les conflits dans le domaine de l'enseignement.

Une raison de cette absence pourrait être la difficulté de déterminer la les communautés, qui doivent assumer la responsabilité du savoir à transmettre et transmis et celle du savoir sur ce savoir à transmettre. La tendance nouvelle consiste à mettre en place aux moins deux communautés tout à fait distinctes: les spécialistes de la discipline et ceux de la transmission non spécifique. Elle s'oppose à l'ancienne où ces deux responsabilités sont exercées par la même personne appartenant à une même communauté.

Les didacticiens attestent les limites de cette dichotomie. Il existe un important domaine des transmissions spécifiques irréductible à l'une ou l'autre des approches. Les structurations du savoir mathématique résultant de l'activité de production des résultats mathématiques et ayant pour objet de faciliter cette production, ne sont pas nécessairement pertinentes pour les acquisitions et les enseignements. Il en résulte que la transmission des connaissances ne peut pas être envisagée comme résultant de la simple juxtaposition de connaissances dans la discipline et de connaissances généralistes indépendantes.

A fortiori sa réduction à l'une ou à l'autre est une absurdité à laquelle, même de bons esprits, hélas, semblent n'avoir pas renoncé. Les mathématiciens doivent obtenir et réserver les moyens d'adapter leur communauté à ces problèmes.

La didactique ne peut que décevoir doublement ces attentes car non seulement elle ne peut pas changer rapidement l'enseignement, mais elle prétend, de plus, montrer les limites auxquelles on doit se résigner dans l'état actuel des connaissances, des techniques, des conditions culturelles, matérielles et économiques et risque donc ainsi de décourager à l'avance des tentatives nécessaires.

Inefficacité de la didactique.

La didactique est en fait inefficace pour répondre à certains défis qu'on croit pouvoir lui proposer

Jamais en France, au cours du vingtième siècle, les exigences de connaissances mathématiques pour les instituteurs n'auront été aussi basses.

Ces chiffres résultent du doublement d'une année à l'autre du nombre des étudiants en formation sans augmentation effective des moyens. La formation en IUFM apparaît donc comme un luxe, une vitrine et une caution.

Ici, l'inutilité effective des connaissances aussi bien dans la discipline que dans sa didactique est attestée symboliquement et effectivement par la société. et il est exact que nous avons peu de chances de pouvoir montrer le contraire dans ces conditions.

Comme facteur de la qualité de l'enseignement donné par un professeur, sa formation didactique et professionnelle vient bien après ses qualités propres, sa formation mathématique initiale et son expérience, mais plus généralement, le public a tendance à penser que le sort social et économique de la plupart des élèves dépend peu de la qualité et de moins en moins de la quantité de l'enseignement qu'ils ont reçu. Les parents ne considèrent l'enseignement comme important pour leurs enfants que dans la mesure où il crée des différences avec les autres enfants. Ils en concluent que leur avenir dépend très peu de ce que recherche beaucoup d'entre nous, une amélioration générale de l'enseignement. De toute façon, l'adaptation de l'enseignement aux besoins de la société semble dépendre davantage de conditions économiques et de décisions politiques que de connaissances et de techniques finalement très chères, et l'idée que le pays a besoin d'une certaine quantité de main d'oeuvre inculte n'a pas disparu. De plus dans ce cadre, le rôle des mathématiques est l'objet des appréciations les plus opposées. L'importance d'une amélioration de l'enseignement des mathématiques s'efface devant celle du maintien de l'enseignement lui même, et à fortiori celle de la didactique, faible et hypothétique moyen d'action pour l'amélioration de l'enseignement.

Elle ne peut pas résoudre les problèmes d'enseignement sous la forme où ils sont posés aujourd'hui car il faut se rendre à l'évidence, elle ne peut agir aujourd'hui que sur des facteurs extrêmement mineurs.

Et pourtant nous savons que la didactique peut mieux comprendre l'enseignement des mathématiques, agir sur lui et l'améliorer, non pas dans l'absolu mais, comme dans toutes les applications des sciences, par rapport à ce qui pourrait être obtenu sans elle. Nos observations, par exemple à l'Ecole Michelet de Talence, nous en convainquent.

Mais la didactique paraît trop chère. La connaissance des conditions d'existence et de diffusion d'une connaissance paraît toujours beaucoup plus complexe que cette connaissance elle même, ne serait ce que parce qu'elle l'implique.

L'espoir d'utiliser des concepts généraux est limité par le caractère spécifique des conditions étudiées. Le fait que les structurations mathématiques du savoir mathématique obtenues à grand peine ne soient pas nécessairement pertinentes pour structurer les acquisitions et les enseignements, est une des conséquences les plus accablantes de nos résultats, même si tout espoir n'est pas perdu.

Didactique et formation de professeurs

L'avenir de la didactique en tant que moyen socio culturel d'amélioration de l'enseignement est donc lié à l'émergence d'une conception plus professionnelle du métier d'enseignant.

Nous pensons qu'une bonne formation mathématique des professeurs exige des connaissances mathématiques spécifiques, des présentations spécifiques des mathématiques qu'ils devront enseigner et aussi des connaissances des conditions didactiques de ces enseignements. Mais le nombre de bons candidats aux concours de l'administration est déjà insuffisant, est-il raisonnable de rajouter des conditions à leur recrutement?

Il est clair pour nous qu'au moins pour les professeurs de la scolarité obligatoire, l'enseignement de la didactique des mathématiques donne à certains étudiants une nouvelle chance d'accéder à des connaissances mathématiques auxquelles ils avaient précédemment renoncé. A quel moment la formation mathématique doit-elle s'aménager en fonction d'une préparation plus professionnelle (je ne dis pas, remarquez-le, qu'elle doit faire place à ...)? La formation mathématique devrait se prolonger en un cours de "mathématique didactique". Cette articulation devrait se décider à l'intérieur de la communauté des mathématiciens.

En France, nous devrions nous accrocher aux maigres chances qui nous sont offertes avec l'insertion de l'observation de classes dans la préparation du CAPES. Il est naturel - mais pas fatal - que les préparateurs habituels de l'ancien CAPES et les enseignants tuteurs ou formateurs ne voient pas d'un bon oeil notre intrusion, mais nous ne devrions pas accepter qu'ils se présentent automatiquement comme de meilleurs représentants des mathématiciens. Il faut s'attendre à ce que les meilleurs d'entre eux se saisissent de nos pratiques et de nos résultats sans toujours s'y référer. Il faut contribuer à proposer les moyens de gratifier un comportement plus scientifique de leur part en reconnaissant les efforts d'ingénierie qui résolvent des problèmes d'enseignement reconnus difficiles.

La participation à la formation continue est l'occasion d'attester et d'éprouver l'existence et le rôle de la didactique, mais elle ne peut suffire à l'établir ou à la maintenir. Elle est souvent une motivation pour le didacticien à accroître sa culture et le champ de ses expériences, mais elle tend aussi à favoriser une déperdition de rigueur, un effacement des références et un émiettement des savoirs et de la communauté. Les intervenants soulagent leur auditoire du travail d'apprentissage, de confrontation et de références et préfèrent suivre les modes pour apparaître utiles et novateurs.

Nous avons d'autres défis à relever et les perspectives y sont aussi assez incertaines.

le défi de la scolarité obligatoire.

La scolarité obligatoire a pour objet d'enseigner ce que la société déclare avoir le droit d'exiger de chacun de ses membres et ce qu'elle s'engage à mettre à leur disposition pour assurer les conditions de son gouvernement et de sa vie économique et culturelle. Sa mise en oeuvre repose sur l'existence d'un savoir reconnu "commun". Nous disposons en France, d'une culture mathématique "primaire", héritée du XVIème et du XIXème siècle, enseignable en quatre ou cinq ans à 60 à 70 % de la population. La culture "secondaire a été conçue au XVIIIème siècle pour au plus 20 % de la population. Nous nous révélons actuellement tout à fait incapables de concilier ces deux projets didactique dans la scolarité obligatoire de 10 ans, et pire elles tend à se détruire l'une l'autre. La dernière tentative pour mettre un savoir unifié au service d'une société ouverte et démocratique date des années 70. Elle était fondée sur l'idée que l'unification des mathématiques permettrait celle de leur enseignement "de la maternelle à l'université". Le projet a échoué. Nous pouvons aujourd'hui entrevoir un certain nombre de causes et avancer des projets réaménagés:

-Un enseignement utilisable par les professeurs et assez souple pour s'adapter à la demande socio-économique exigera d'abord un travail transpositif sur les mathématiques elles mêmes, utilisant des connaissances de didactique. C'est une tache comparable à ce que firent en leur temps STEVIN sur les décimaux ou plus près de nous KOLMOGOROV en probabilités. L'espoir d'un langage unique et définitif doit être abandonné dans une certaine mesure.

- De plus cette transposition doit être reconnue et assumée par les mathématiciens qui de toute manière la tiendront sous leur vigilance, ce qui exigera de certains d'entre eux de solides connaissances didactiques et de la part des autres une orientation épistémologique favorable. Il faut accepter de gérer une certaine dose d'effets Jourdain et d'obstacles didactiques.

- l'existence d'institutions d'études et d'observatoires des phénomènes didactiques
- le développement d'un corps de savoirs spécifiques, moyens de médiation entre les institutions.

Nous avons maintenu en France une distance déraisonnable entre les statistiques savantes ou techniques et la culture scolaire, avec des résultats qui nous font envier nos collègues anglais et américains. La façon dont nous pourrions réduire cette distance serait un bon défi à relever.

Le défi des enseignements de mathématiques.

Ils sont si nombreux qu'il n'est pas question que je les énumère ici. J'ai beaucoup appris sur l'enseignement de la géométrie lui-même avec les travaux de Carmen Molina de Saragosse qui observe l'intégration des non voyants dans des classes ordinaires espagnoles, mais il est difficile en général de choisir un sujet utile socialement et en même temps fécond pour la compréhension des phénomènes importants.

Outre la statistique, et les mathématiques de base dont nous avons parlé ci-dessus et qui achoppe sur la relation à ce savoir de tous les professeurs de mathématiques français, le problème le plus lancinant a été soulevé par Y. CHEVALLARD c'est celui de la démathématisation des activités mathématiques: par l'algorithmisation, l'algébrisation de l'analyse, l'arithmétisation de l'algèbre...Le remplacement de la compréhension par le calcul automatique comme moyen d'établir et de contrôler les activités mathématiques, est très utile pour la production, mais il modifie profondément les conditions de l'enseignement. Je ne parle pas seulement du sort de l'usage des dérivations et des limites dans les classes de terminales lorsque les TI 85 donnent directement le graphe qui justifiait jusque là ces calculs; je pense au sort de toute l'analyse classique et du continu sous les assauts des mathématiques discrètes et de l'informatique.

Quelques améliorations indispensables

Le vocabulaire.

La didactique utilise nécessairement deux sortes de termes: ceux dont le sens est fixé par l'usage, en particulier par le milieu professionnel de l'enseignement, et ceux dont le sens est fixé - provisoirement peut-être - par le chercheur, en fonction de son étude et de la théorie qu'il utilise. Il est indispensable de conserver cette distinction. Il n'y a pas de raison d'imposer inconsidérément aux uns ni aux autres un répertoire impropre à leur travail. Certains concepts, les plus pertinents et les plus consistants, existent dans les deux domaines, mais ils ne coïncident jamais et ont des fonctions différentes. Ils devraient pouvoir être désignés par des mots différents selon leur emploi, aussi longtemps que c'est nécessaire.

En fait le maintien de cette distance est difficile pour de nombreuses raisons. Enseignants et chercheurs pensent parler d'une seule et même chose, ils doivent souvent communiquer et ils souhaitent bénéficier de leurs apports respectifs. Ils ont donc

tendance à vouloir effacer prématurément ces différences, à importer directement le vocabulaire de l'autre dans le sien. Les termes théoriques ne peuvent pas être trop arbitraires et doivent évoquer l'objet qu'ils visent. Les chercheurs pensent augmenter la pertinence de leur travail, les enseignants croient améliorer la précision, la consistance et la validité de leur vocabulaire.

Les termes théoriques sont trop souvent choisis dans la confusion initiale de l'élaboration, marqués des préoccupations particulières de leurs auteurs. Il faut pouvoir les reprendre. Mais s'ils diffusent prématurément dans des institutions qui projettent sur eux un sens différent, il devient alors très difficile de les modifier et de corriger les interprétations naïve. (Exemple: certains usages de "contrat didactique", ou de "transposition didactique").

Il faut avoir la force de revenir sur notre jargon originel pour l'améliorer et bâtir un vocabulaire qui ne choque pas trop le bon usage de la langue. Par exemple, une situation didactique peut être une situation (un matériel, un milieu, un jeu...) à usage didactique (sens commun) ou le modèle théorique d'une relation d'enseignement (sens technique). Une situation non-didactique est le modèle d'une relation où l'apprentissage s'effectue sans influence de l'enseignant. Mais une situation de type non-didactique peut servir à l'enseignement, par exemple dans une perspective constructiviste, Alors, elle devient une situation non- didactique didactique!

Les concepts de didactique.

Les concepts nouveaux se sont succédés sur un rythme assez rapide avec la mise en place des principales approches.

Créer des concepts proches des objets de son étude, sacraliser des concepts professionnels sans trop se préoccuper de leurs rapports, en particulier de leur compatibilité avec les concepts et les théories existant déjà, réutiliser sans rigueur des concepts familiers, ignorer les analyses à priori des situations, écarter les discussions de l'ingénierie, négliger la formulation et la discussion des hypothèses, l'attestation des sources, la présentation

Il s'agit peut-être plus de difficultés à considérer la recherche en didactique comme une activité professionnelle que d'une véritable difficulté technique ou scientifique. Il est difficile d'écrire une description détaillée et motivée des conditions et variables d'une situation, qui ne sera lue que par quatre ou cinq spécialistes dont le seul but sera de chercher une affirmation hasardeuse pour la contredire.

L'articulation des concepts théoriques

Une meilleure articulation des concepts théoriques est nécessaire. Elle doit en assurer la cohérence et permettre à la communauté d'exercer la vigilance nécessaire. Elle devrait s'accompagner d'un dégraissage et ainsi favoriser la communication et le positionnement de ces concepts par rapport à des résultats de domaines voisins. Elle contribuera ainsi à réduire les malentendus avec les chercheurs.

Une articulation plus serrée des connaissances de didactique devrait permettre le contrôle de leur diffusion à divers niveaux. D'autant plus que les formations en didactique, assurées par des enseignants non chercheurs en didactique, risquent de se développer.

L'utilisation directe ou prématurée des moyens d'analyses et de compréhension des fonctionnements de la transmission des savoirs, comme argument ou prescriptions pédagogiques, conduit à des erreurs et à des contre-sens aux conséquences parfois importantes. L'histoire des réformes d'enseignement est émaillée d'exemples de phénomènes de ce genre.

La transformation des faits observés en norme a conduit à interpréter la transposition ou le contrat didactiques comme des projets ou même des techniques d'enseignement. La nuance peut même échapper à des chercheurs avertis, trop soucieux d'atteindre un large public. La théorie des situations a-didactiques fournit un excellent point d'appui et des arguments très puissants pour une pédagogie constructiviste. Mais les paradoxes fondamentaux qui montrent les limites des situations a-didactiques (cf. l'exposé de M.J. PERRIN-GLORIAN déjà cité) et le caractère incontournable de certaines interventions n'ont pas d'usage pédagogique. Ils peuvent donc rester ignorés des enseignants et la porte est ainsi laissée ouverte à un embrigadement de la théorie. (le livre par ailleurs fort utile de S. JOSHUA et DUPIN: "Introduction à la didactique des Sciences", n'a pas tout à fait échappé à ce piège).

L'amélioration des rapports avec l'objet d'étude.

Les rapports du discours didactique avec son objet, la diffusion effective des connaissances pose les problèmes de toute science expérimentale. La période initiale a vu la didactique se développer dans des relations intenses et parfois désordonnées avec l'enseignement et la formation. Désordonnées parce qu'elles dépassaient souvent les capacités de traitement théorique et expérimental, et même parfois celles du simple contrôle social ou technique du déroulement.

L'observation des comportements des élèves s'est accrue de l'observation des professeurs, des erreurs et même des exercices eux mêmes et de la situation didactique dans son ensemble. Ces efforts vont de pair avec une approche plus expérimentale de l'enseignement et doivent être poursuivis.

Cependant l'amélioration actuelle des méthodes d'analyse et le développement de l'attirail des concepts théoriques semblent s'accompagner d'un rétrécissement parfois excessif des corpus. D'autre part, il semble que se dessine une diminution très importante des références à des observations de longue durée. L'observation régulière d'enseignements, sans lien immédiat, ni avec la recherche en cours, ni bien sûr avec une activité *professionnelle* d'enseignement de la part de l'observateur, est encore indispensable à la constitution d'une sorte de botanique des espèces didactiques. L'expérience professionnelle ou l'observation non dirigée, ou la production d'ingénierie ou encore la formation des maîtres sont insuffisantes, ensemble, et a fortiori isolément, pour former un chercheur en didactique et pour "lester" sa recherche d'une composante éthologique.

Le développement d'un meilleur professionnalisme des chercheurs en didactique pourrait favoriser ce genre de cueillette. Il y a danger qu'à l'opposé, l'idéologie empiriste conduise à développer, pour la formation des professeurs, une forme d'observation généraliste qui contribuerait à exclure ou à dissimuler celle des phénomènes didactiques.

L'extension des secteurs étudiés

Les recherches en didactique ont pris naissance dans l'étude de la scolarité obligatoire. Le champ n'est pas épuisé et des renouvellements de problématiques sont en cours ou nécessaires, comme par exemple l'étude de la proportionnalité.

Mais leur prolongement vers d'autres niveaux scolaires, en particulier vers l'enseignement supérieur est indispensable. Il est à peine commencé et devrait se développer car le nombre de chercheurs y est encore trop faible pour assurer un bon contact avec les mathématiciens par l'étude de sujets plus proches de leurs préoccupations. Le niveau le plus délicat et le plus décisif est sans doute celui où s'articulent les enseignements primaire, secondaire et technique. Ce dernier constitue le prochain secteur à investir.

Nous avons déjà signalé l'importance d'étendre l'étude de la didactique à des institutions qui ne se vouent pas à l'enseignement mais dont l'activité dépend fortement de la circulation des connaissances

Les notions mathématiques

Les notions mathématiques évoluent sans cesse, chacune mérite une surveillance et des études renouvelées. Dans l'enseignement secondaire, l'algèbre et la géométrie subissent de fortes pressions, la logique disparaît, les calculatrices graphiques apportent de nouvelles possibilités mais menacent l'étude des fonctions. L'analyse est prise en tenaille entre la réduction finitiste des ordinateurs et les promesses de l'analyse non standard...

Dans certains pays et particulièrement en France, l'enseignement des statistiques, et celui des probabilités, se heurtent à tous les niveaux à des difficultés étranges et importantes, qu'il faut élucider et surmonter.

Un panorama des perspectives de recherches en didactique, par notion, comparable à celui que fit en son temps Dieudonné pour les mathématiques serait maintenant très utile.

Jusqu'à quel point devons-nous provoquer ou nous associer aux actions entreprises par les mathématiciens et les professeurs pour améliorer l'image des mathématiques, les conditions de leur enseignement, l'organisation des mathématiques à enseigner...

J.P. KAHANE évoquait avec une fierté légitime une longue liste de telles actions: des IREM au Kangourou ou aux Olympiades, des réformes de vocabulaires à la promotion de l'histoire des mathématiques et à celle... de la didactique. Les mathématiciens poussent sans cesse de nouvelles initiatives pour améliorer la diffusion de leurs connaissances. Les mathématiciens didacticiens sont dans leur communauté, les instruments naturels de ces actions, ils les proposent à l'occasion, ils les étudient, ils profitent des leçons et des erreurs qu'elles suscitent, et éventuellement des moyens qu'elles font apparaître. Les rapports de l'action et de la recherche ont été l'objet de nombreuses discussions. Les didacticiens doivent coopérer à la réussite de ces actions sans jamais en prendre - es qualité - la responsabilité, informer les responsables des risques ou des dérapages, sans prendre parti, n'y engager que des forces et des responsabilités compatibles avec la survie de l'activité scientifique, refuser toutefois de transgresser pour elles, les règles déontologiques et scientifiques qui s'imposent.

Ce type d'actions soumet la dialectique purement scientifique à rude épreuve en y introduisant le prosélytisme, les modes, les concepts migrants, les caprices administratifs, la résurgence d'idées anciennes... Mais s'il fait courir à la didactique certains dangers il est une incomparable source d'expériences, si la communauté sait en

tirer les leçons... A ce propos une analyse enfin objective des actions et des jugements sur le mouvement des "mathématiques modernes" s'imposerait aujourd'hui.

La formation des mathématiciens didacticiens

Le problème évoqué par J.P. KAHANE à ce sujet est fondamental.

Nous voulons que la plus grande partie des didacticiens appartienne à la communauté des mathématiciens. Ceux qui sont enseignants chercheurs doivent pouvoir assurer certains enseignements de mathématique au niveau supérieur. Pour cela, le niveau attesté par un DEA de mathématiques est requis. Cette exigence paraît parfaitement légitime, même si quelques péchés originels ont été commis.

Nous devons distinguer, parmi les cours de mathématiques destinés aux professeurs, trois catégories:

- ceux qui ne demandent aucune compétence autre que celle du "contenu",
- ceux qui doivent être donnés par des mathématiciens chercheurs confirmés en didactique des mathématiques,
- et ceux qui peuvent être donnés par des mathématiciens, chercheurs en mathématiques, mais qui ne soient pas trop ignorants des résultats de didactique concernant les notions qu'ils enseignent (appelons les formateurs).

Il serait techniquement raisonnable d'exiger, pour les formateurs, une année de formation de type DESS. L'inconvénient de cette solution est évident: elle allongerait d'un an la durée des études de 3ème cycle pour certains futurs mathématiciens, car le DESS n'est pas une formation à la recherche et ne remplace pas le DEA.

Etant donné l'impossibilité de ménager en amont des filières compatibles avec des connaissances de mathématique et de sciences humaines de niveau convenable, il serait utile d'ailleurs que les futurs chercheurs en didactique commencent aussi par une formation de ce genre. mais alors, l'allongement serait de deux ans pour les futurs didacticiens (DEA de maths + DESS formation + DEA de Didactique des maths)!