(7) DESIGNATION DES PARTIES D'UN ENSEMBLE

****

Lorsque nous nous sommes préoccupés de présiser dans quelles situations nous pourrons utiliser les termes "ensembles", élément "est élément de ....". Nous avons introduit ces termes comme une certaine manière commode de parler des objets physiques Dans une conception axiomatique de la mathématique les signes ne sont pas des signifiants ; seule est exprimée la syntaxe qui lie ces signes.

Nous allons donc réfléchir au langage des ensembles et, si possible, découvrir des règles de manipulation de leur écriture qui ne dépendent pas des objets signifiés. Cette démarche est tout à fait typique de l'activité mathématique ; elle nous servira d'exemple pour décrire le processus de mathématisation qui a servi de modèle pour la conctruction de cet ouvrage mais aussi pour l'apprentissage de chacune des notions proposées : (par exemple l'addition des entiers).

Les enfants construisent dans leur tête des modèles implicites qui leur permettent d'agir. Mais dans la nécessité de communiquer ou d'exprimer ces modèles, ils construisent des langages appropriés.

Enfin, amenés à examiner la valeur de ces langages ils en énoncent les règles et explicitent à ce sujet des assertions, des théorèmes et bientôt des théories mathématiques.

/1 - CONSTRUCTION DE P(E)/

A) - L'ENSEMBLE DES PARTIES D'UN ENSEMBLE

1°) - Définitions

a) - Parties de E .

Nous avons vu que le choix de certains éléments d'un ensemble E soit sous forme d'une liste, soit à l'aide d'un prédicat détermine un nouvel ensemble soit A. Cet ensemble est une partie de E. Rappelons

.../...

d'autre part que, si A et B sont deux ensembles dire qu'ils ne sont pas égaux ($A \neq B$) signifie qu'il existe au moins un élément qui figure dans A et non dans B, ou dans B et non dans A.

Nous admettons (ce que l'intuition nous rend acceptable) que si E est un ensemble, nous pouvons toujours reconnaître si un ensemble de F est ou non une partie de E.

b) - $\mathcal{P}$ (E)

Ainsi, les différentes parties d'un ensemble E forment un ensemble. On le désigne par $\mathcal{P}(E)$. C'est un ensemble d'ensembles.

Exemple : $E = \{a, b, c, d,\}$; $A = \{a, b, c,\}$.

A est une partie de E

$B = \{a, c\}$ en est une autre partie, différente car $b \in A$ et non ($b \in B$)

b n'est pas élément de B

Remarquons que E lui-même est un élément de $\mathcal{P}(E)$. D'après la définition, tout ensemble est une partie de lui-même . Nous voyons plus bas un procédé pour écrire facilement la liste des éléments de $\mathcal{P}$ (E).

c) - La partie vide -

Il peut arriver qu'aucun élément de E ne vérifie un prédicat. Ces éléments, portés dans le "trou" du prédicat donnent des propositions pertinentes mais fausses. On est conduit à convenir que ce prédicat définit pourtant un ensemble : c'est la partie vide de E; condidérée donc comme élément de $\mathcal{P}(E)$. Nous la notons $\{\}$. Nous pouvons la définir par la phrase : la partie vide, désignée par $\{\}$ ou par $\emptyset$ est la partie obtenue par le choix d'aucun élément de E. Ainsi par exemple, si l'ensemble E contient un élément a unique (E est alors singleton); $\mathcal{P}(E)$ contient deux éléments, $\emptyset$ et $E = \{a\}$ c'est-à-dire $\mathcal{P}(E) = \{\emptyset, \{a\}\}$.

.../...

2°) - Vocabulaire

Au lieu de "A est une partie de E", on peut dire aussi bien

A est un sous ensemble de E

A est contenu dans E , E contient A;

A est inclus dans E

ceci s'écrit $A \subset E$ le signe " $\subset$ " est dit signe d'inclusion

3°) - Inclusion

Une partie A de E est elle-même un ensemble et possède des parties. Les parties de A sont aussi des parties de E et, donc figurent dans $\mathcal{P}(E)$.

DEFINITION :

A et B sont des parties de E et B est une partie de A s'écrit $B \subset A$ -

Ce qui peut aussi s'écrire $\left.\begin{array}{l} A \in \mathcal{P}(E),\ B \in \mathcal{P}(E) \\ B \in \mathcal{P}(A) \end{array}\right\}$ équivaut à $B \subset A$

Si l'on considère le prédicat "... est une partie de ..." et que l'on envisage de mettre à la place des trous les noms des parties de E, le prédicat définit une relation de $\mathcal{P}(E)$ vers $\mathcal{P}(E)$, relation nommée inclusion.

Exemple

$E = \{a, b, c, d,\}$, $A = \{a, b, c,\}$, $B = \{a, c,\}$, $C = \{a, b,\}$

"B est inclus dans A" est vrai

"C est inclus dans B" est faux

On peut ainsi classer tous les couples éléments de $\mathcal{P}(E) \times \mathcal{P}(E)$

Remarque

Nous disposons de trois formes de désignations de l'inclusion

1°) - Tout élément de B est un élément de A

si $x \in B$, alors $x \in A$

.../...

2°) - $B \subset A$

3°) - $B \in \mathscr{P}(A)$

En 1) nous faisons usage de signes d'éléments et de signes d'ensembles.

En 2) seulement de signes d'ensembles,

En 3) d'un signe d'ensemble et un signe d'ensemble d'ensembles

Il faut noter (et cela peut éviter bien des confusions et erreurs) que le signe $\subset$ s'écrit entre deux être <u>de même type</u> alors que le signe $\in$ indique une <u>montée dans l'échelle des types</u>.

4°) - <u>Représentation sagittale</u> (par des flèches) de $\mathscr{P}(E)$

Il est possible de représenter $\mathscr{P}(E)$ et la relation d'inclusion lorsque E comporte peu d'éléments.

a) - <u>Exemples</u> : (toutes les flèches ne sont pas dessinées) mais toutes celles qui manquent peuvent se déduire de celles qui sont représentées.

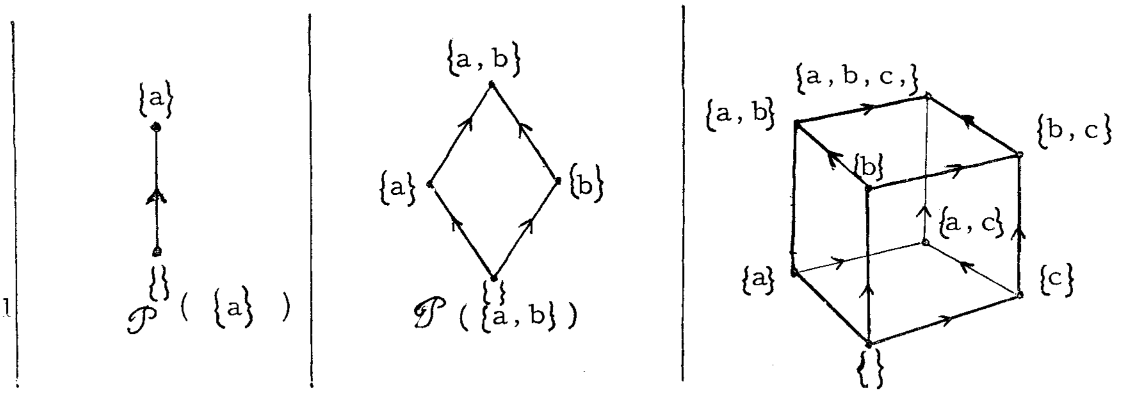


fig. 7. 1

b) - <u>Organigramme de construction de (E) : arbre</u>

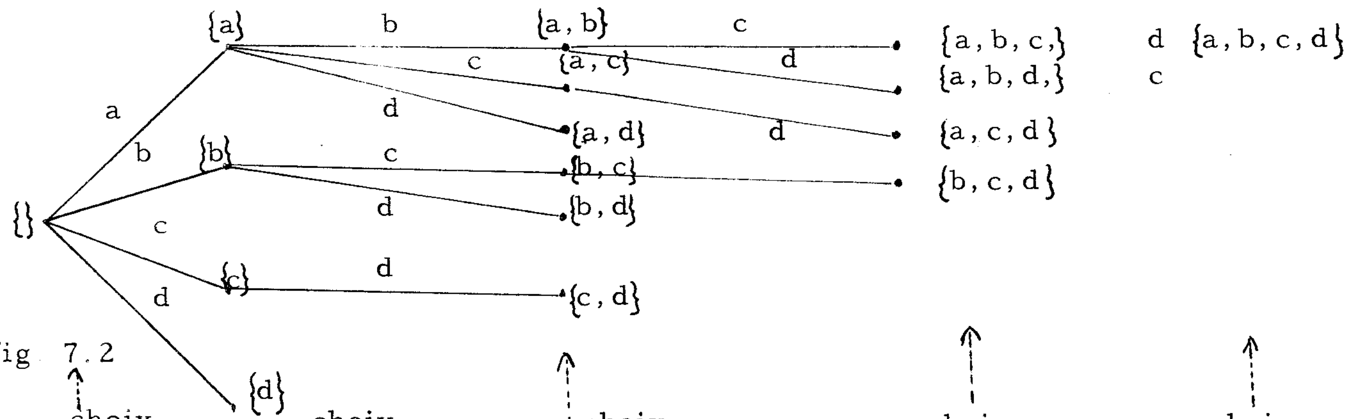


fig 7.2

choix d'aucun élément

choix d'un premier élément

choix d'un second parmi ceux qui restent

choix d'un troisième parmi ceux qui restent

choix du quatrième

.../...

c) - Autre organigramme

Donnons, en exemple, la construction de l'ensemble des parties dans le cas où E a pour cardinal 4. Nommons les éléments a, b, c, d, (signes d'éléments différents) : E = $\{a, b, c, d,\}$

Comme l'ordre des éléments n'intervient pas, considérons les dans un ordre déterminé, ici, l'ordre alphabétique.

Nous écrivons d'abord le signe $\emptyset$, puis $\{a\}$. De ces deux ensembles, nous déduisons deux nouveaux en leur adjoignant b. Des 4 ensembles obtenus, nous déduisons 4 nouveaux ensembles en leur adjoignant la lettre c, puis nous adjoignons de même la lettre d. Ainsi, nous obtenons toutes les parties de E. Il y en a 16 ; (puisque 2.2.2.2. = 2^4 = 16) en comprenant $\emptyset$ et E

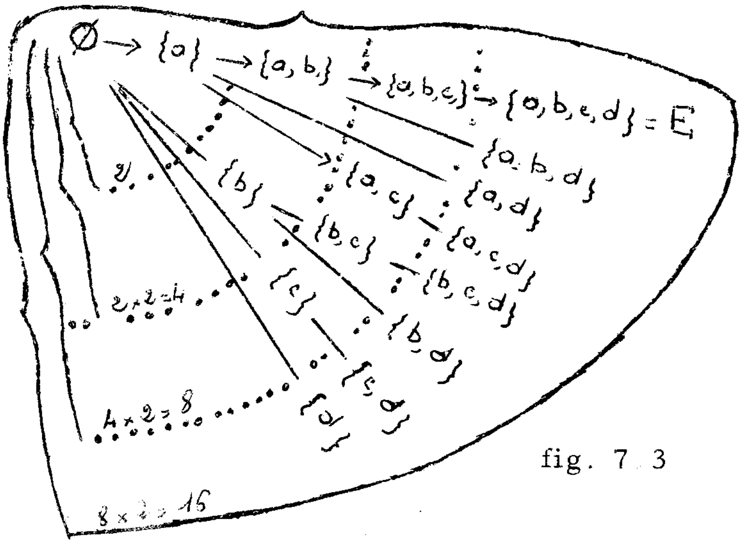


fig. 7.3

D'une façon générale, pour un ensemble E qui a un nombre fini de termes, card E = k entraîne card $\mathcal{P}$(E) = 2^k. (Nous n'étudions pas ici les ensembles infinis).

Cette présentation en coquille St Jacques de l'ensemble des parties est due à L. FELIX. Elle peut être poursuivie pour 5, 6. . . . éléments.

. . ./. . .

B) - DESIGNATION DES PARTIES DE E. RECHERCHE D'UN CODAGE

Nous pouvons coder directement des parties de E à l'aide d'une lettre, A, B.... au lieu de les désigner par la liste de leurs éléments. Mais le nombre des parties de E augmente très vite si le nombre k des éléments de E augmente : d'après la formule $n = 2^k$ (par exemple, pour $k = 7$ $n = 128$)

N'est-il pas possible de construire la désignation de certains ensembles, parties de E, sans examiner leur composition à partir de quelques uns déjà codés ?

1) - Un ensemble est codé, soit A, partie de E. Existe-t-il dans E des parties qui soient déterminées par la liste des éléments de A ? oui car tout élément de E est ou bien élément de A ou non. Tous les éléments de E qui n'appartiennent pas à A constituent un ensemble déterminé.

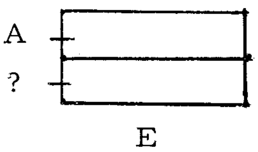


fig. 7.4

Nous le nommerons le complémentaire de A et le noterons $\complement(A)$ ou $\complement A$.

Si nous considérons un autre sous ensemble B de E, nous déterminons de ce fait le sous ensemble CB. En substituant $\complement A$ à B nous obtenons $\complement(CA)$:

- $\complement(CA) = A$ car tous les éléments qui n'appartiennent pas à A appartiennent à $\complement A$ et ce sont les seuls. (Ch. 2)

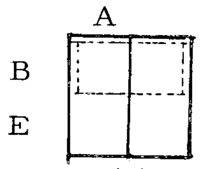
Remarquons ici l'intéret d'avoir introduit la partie vide de E car E est une partie de E et son complémentaire est O .

2)- Deux ensembles A et B sont codés

a) - Recherche des ensembles de $\mathcal{P}(E)$ qui sont déterminés par A et B.

Dans l'ensemble E, A et B sont codés. Les objets de A appartiennent à B ou non : ceci fait distinguer deux ensembles dans A - Dans $\complement A$, les objets appartiennent ou non à B : d'où deux autres sous-ensembles.

.../...



(1)

fig. 7.5

Disposons le tout comme en 1) dans un diagramme de Carroll. . C'est supposer que nous avons un modèle mental qui nous permet de classer les objets de A et de B dans un tel tableau et ceci quels que soient A et B parties de E, nous reviendrons là dessus.

Hachurons sur les diagrammes les parties que l'on peut considérer et désignons les provisoirement par un nombre (nous les numérotons)

Nous trouvons 16 parties

(Fig. 7.5)

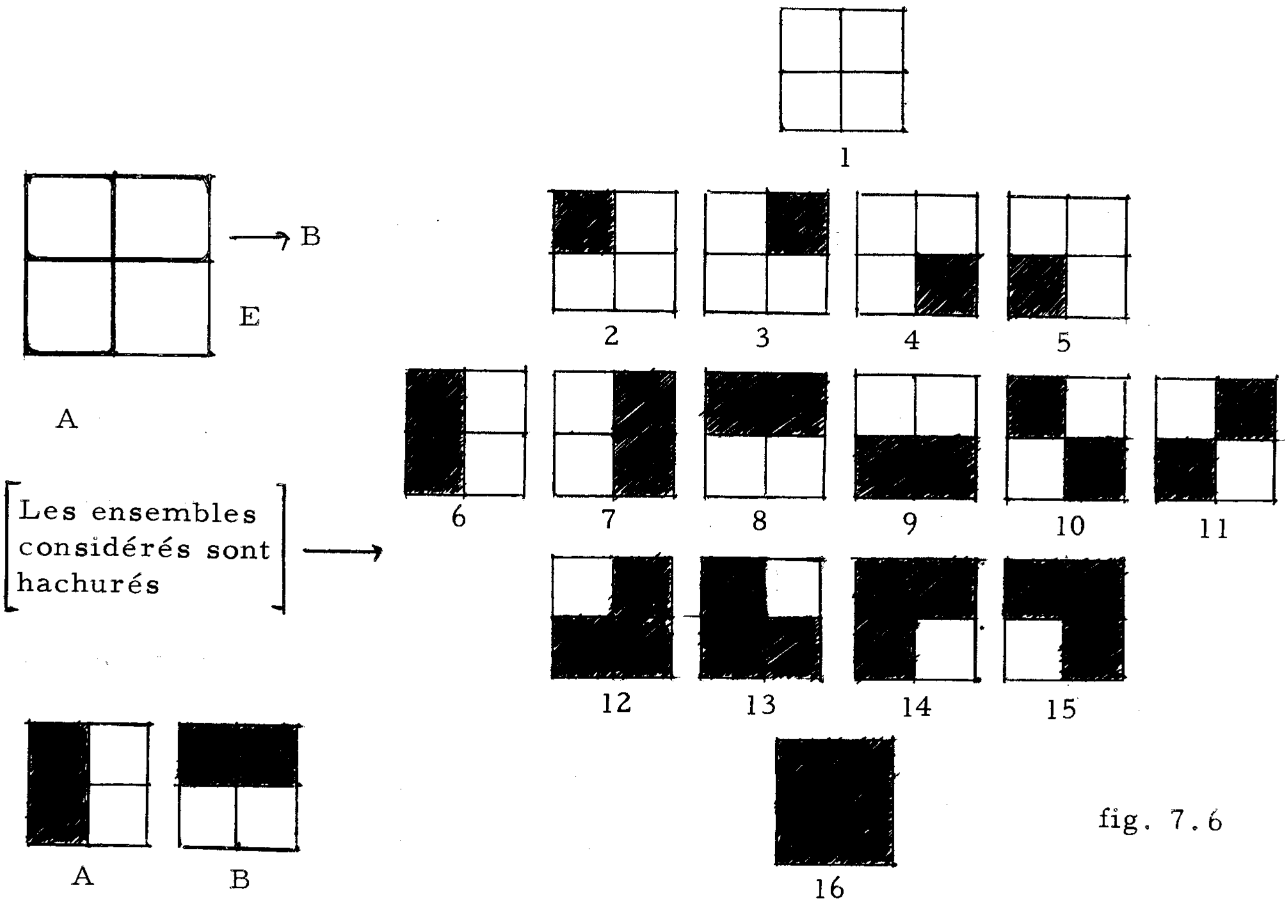


fig. 7.6

.../...

b) - <u>Subsitution</u>

Considérons maintenant deux autres sous-ensembles C et D de E disposés comme en 2. Nous pensons aussi bien être capables, dès qu'on a décidé que C occupera la place de A et D celle de B, de porter les objets de C et D dans le diagramme de Carroll (disposition 1) et de reconnaître dans la disposition 1 des régions déterminées de D.

Les moyens pratiques de transport de 2) à 1) ne nous intéressent pas encore ; il nous suffit de savoir qu'ils existent : on peut utiliser le langage, la couleur, placer quelques lettres : par exemple n' correspond à n . Alors nous allons numéroter les parties comme ci-dessus, mais en indiquant qu'elles sont obtenues à partir de A et de B. <u>C'est une désignation provisoire des ensembles de $\mathcal{P}$(E) déterminés par A et B</u>

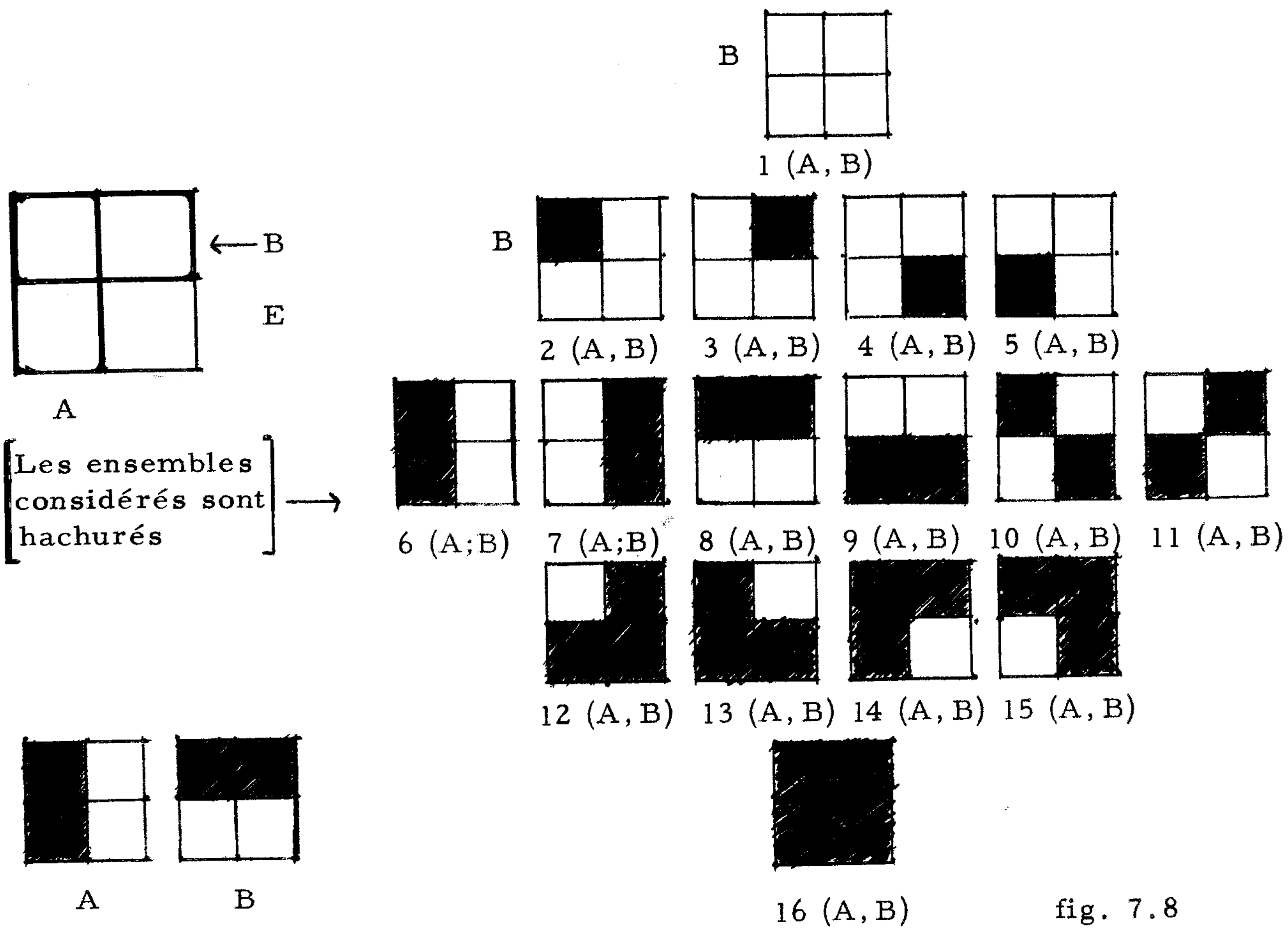


fig. 7.8

Nous aurions pu de la même façon indiquer 3 (C, D) .../...

c) - Opérations dans $\mathscr{P}$(E)

Les même modèle mental qui permet de substituer C à A et D à B permet donc d'attribuer à l'un des ensembles déterminés par C et D un numéro défini avec A et B. Il permet par exemple (fig. 7.9) de déplacer les objets du tableau W dans le tableau X, d'y choisir ceux qui constituent 11 (C,D) et de les transporter à nouveau en W.

Ainsi, n est désigné par 5 (C,D) car n' est 5 (C,D). (fig. 7.7)

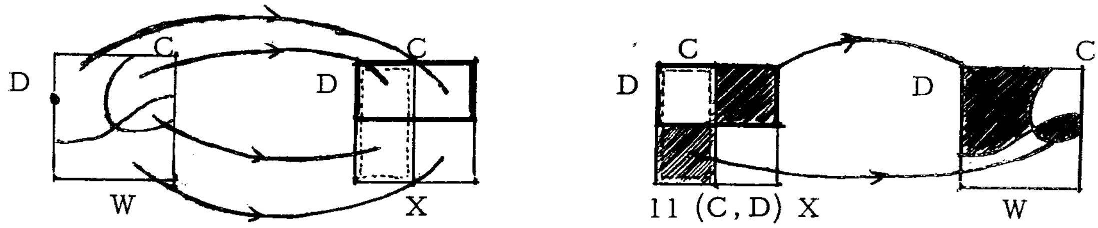


fig. 7.9

Sur la fig. 7.9 nous déterminons 11 (C,D).

Chacun des numérotages est devenu un moyen d'associer à tout couple de parties de E, une autre partie de E reconnue comme nous le supposons possible. C'est un procédé de désignation d'une des 16 parties de E bien déterminée. Le procédé de détermination correspondant est une opération dans $\mathscr{P}$(E). (voir ch. 13)

d) - Egalités dans $\mathscr{P}$(E)

Supposons que nous voulions utiliser l'opération 10, il faut que notre modèle mental 10 (. . . . , . . .) nous permette de reconnaître 10 (X, Y) quels que soient X et Y désignés.

Par exemple : 10 (X,X) : Il n'est pas si simple de voir que

10 (X,X) = E

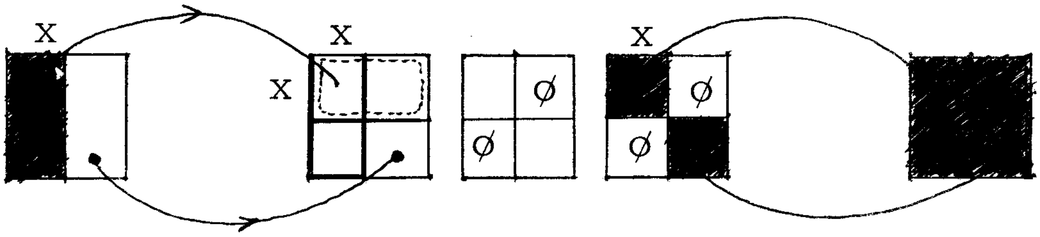


fig.7.10

.../...

Mais on doit aussi pouvoir reconnaitre 10 (C, D) dans lequel C est 11 (A, B) et D est 13 (A, B)

Cherchons donc à déterminer 10 [11 (A, B); 13 (A, B)] c'est possible mais assez pénible. Il est sur que c'est un des ensembles déterminés par A et B, donc que 10 [11 (A, B), 13 (A, B)] est une autre manière d'écrire un des 16 ensembles déterminés.

En fait 10 [11 (A, B), 13 (A, B)] = 5 (A, B)

e) - <u>Vérification.</u>

Nous donnons ci-dessous le procédé de démonstration basé sur l'identification des représentations d'ensembles et sur la reconnaissance des régions du diagramme de Carroll.

L'étude de cette vérification n'est pas indispensable à la suite .

Nous désignons les ensembles qui occupent chaque case du diagramme, indiquons les transports avec des flèches.

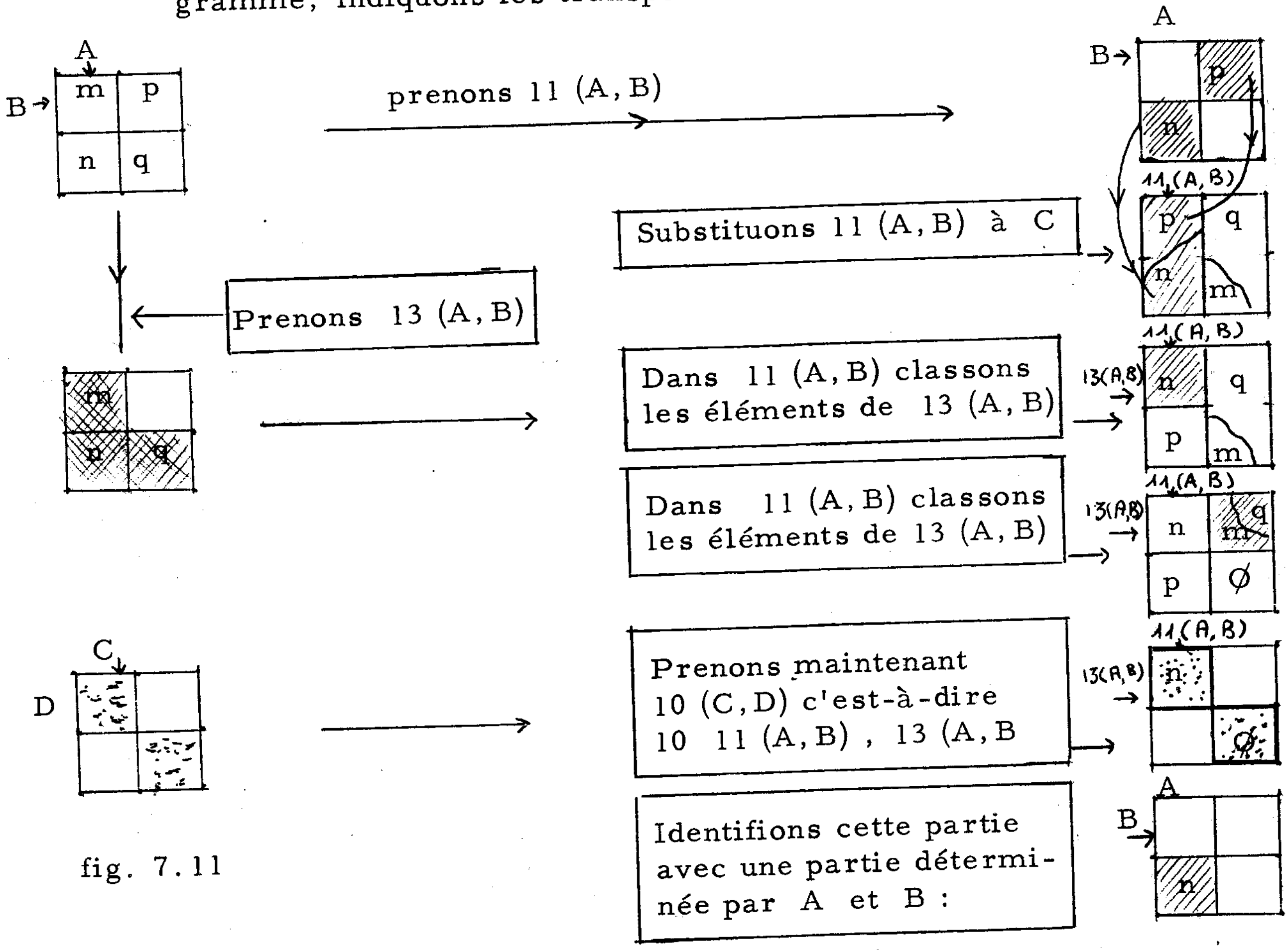


fig. 7.11

C'est 5 (A, B)

5 (A, B) = 10 11 (A, B) , 13 (A, B)

.../...

Cette vérification extrémement lourde a été faite dans une notation et par des procédés inhabituels pour mettre en évidence l'importance du choix d'un bon modèle mental, et les caractéristiques de diverses "démonstrations". Nous n'avons supposé qu'une chose : c'est que l'on sait classer dans un ensemble suivant un critère d'appartenance et nous n'avons représenté que des manipulations d'objets.

Nous donnons en appendice : "Logique et partie d'un ensemble" des procédés de vérifications et des définitions plus classiques, bien que parfaitement équivalents à ceux-ci.

f) - Réduction du répertoire d'opérations.

1°) - Ce que nous venons de faire montre qu'il est possible de réduire notre répertoire d'opérations puisque certaines d'entre elles peuvent s'exprimer à l'aide des autres.

Ici nous pourrions supprimer 5 et l'exprimer à l'aide seulement de 10, 11, et 13. Nous pourrions supprimer 6 car 6 (A,B) = A et 8 car 8 (A,B) = B, et 9 car 9 (A,B) = 7 (B,A) et 16 car 16 (A,B) = E et 1 car 1 (A,B) = $\emptyset$ ...etc.

2°) - On démontre qu'il existe plusieurs façon de réduire la désignation des 16 opérations de $\mathcal{P}$(E) a quelques unes appelées "fondamentales".

Toutes les opérations peuvent s'écrire par exemple à l'aide des opérations : 7, 2, 14, 11. Mais on peut aussi le faire à l'aide du système fondamental $\{7, 2\}$ ou encore $\{7, 14\}$ il est même possible de les engendrer toutes à l'aide d'une seule, 12 (A,B) qui se nomme incompatibilité de A et de B et que l'on peut écrire : $A | B$.

Par exemple : $14\ (A,B) = A|A|B|B$

$7\ (A,B) = A|A$

$2\ (A,B) = A|B|A|B$

3°) - Il s'agit donc de choisir parmi tous les systèmes possibles celui qui paraitra le meilleur, le mieux adapté aux enfants.

Il est clair en tout cas que la définition des ensembles par des petits dessins n'est pas pour un adulte un moyen commode.

.../...

3) - Cloture du répertoire d'opérations dans $\mathcal{P}$(E)

1°) - L'opération que nous avons construite dans le cas ou un seul ensemble était codé, celle qui, quelle que soit la partie A fait correspondre son complémentaire, se retrouve dans la liste des 16 opérations construites dans le cas de deux ensembles codés c'est 7 (A,B) : 7 (A,B) $=\complement A$.

Il n'est pas possible d'engendrer les 15 autres avec cette seule opération.

2°) - La question se pose donc de savoir s'il est possible de coder les parties déterminées par le choix de trois ou même de plus de trois ensembles en se servant uniquement d'un système d'opérations définies a propos du choix de deux. Le choix de trois ensembles dans E détermine 256 parties. (On démontre ainsi que le choix de k parties en détermine $2^{(2k)}$.

3°) - Il se trouve que l'on peut montrer qu'un tel codage est possible. Nous le ferons plus loin. Ainsi le choix d'un système fondamental d'opétations parmi les 16 que nous venons de définir achevera le travail que nous nous étions proposé.

C - CHOIX D'UN SYSTEME FONDAMENTAL D'OPERATIONS DANS $\mathcal{P}$(E)

1°) - Critère du choix.

Il faut choisir pour les enfants les opérations qui correspondent aux modèles les plus précocement dominés, celle qui assurent les moyens les plus rapides de dominer les opérations les plus employées.

Il faudra que les opérations retenues restent toujours utiles dans la forme adoptée :

Cela veut dire que l'on adoptera les expressions de la langue ordinaire si elles conviennent ou sinon les désignations employées par les mathématiciens.

2°) - <u>Notations employées par les mathématiciens.</u>

1 (A, B) s'écrit $\emptyset$

7 (A, B) s'écrit $\complement A$: Le complémentaire de A

2 (A, B) s'écrit $A \cap B$: L'intersection de A et de B

14 (A, B) s'écrit $A \cup B$: La réunion de A et de B

11 (A, B) s'écrit $A \Delta B$: La différence symétrique de A et de B

5 (A, B) s'écrit $A \setminus B$: La différence de A et de B.

Malgré ce changement de notation on peut toujours mettre à la place des lettres "A" et "B" d'autres lettres désignant d'autres ensembles et qu'il est possible ainsi de désigner toutes les opérations dans E à l'aide de $\complement$ et de $\cap$:

Tout d'abord avec $\complement$

$1\ (A, B) = \emptyset = \complement E$

$16\ (A, B) = E = \complement \emptyset$

$6\ (A, B) = A$

$8\ (A, B) = B$

$7\ (A, B) = \complement A$

$9\ (A, B) = \complement B$

Puis avec $\cap$

$2\ (A, B) = A \cap B$

$3\ (A, B) = (\complement A) \cap B$

$5\ (A, B) = (A) \cap (\complement B)$

$4\ (A, B) = (\complement A) \cap (\complement B)$

Et leur complémentaire

$12\ (A, B) = \complement (A \cap B)$

$14\ (A, B) = \complement (\complement A \cap \complement B)$

$13\ (A, B) = \complement \left[3\ (A, B) \right] = \complement (\complement A \quad B)$

$15\ (A, B) = \complement (A \cap \complement B)$

Les plus compliqués :

$10\ (A, B) = 13\ (A, B \cap 15\ (A, B)$

$= \complement\ (\complement A \cap B) \cap \complement (A \cap \complement B)$

$11\ (A, B) = 12\ (A, B) \cap 14\ (A, B)$

$= \complement\ (A \cap B) \cap \complement (\complement A \cap \complement B)$

.../...

L'usage de $\cup$ peut réduire certaines écritures

Posons $A \cup B = \complement(\complement A \cap \complement B) = 14\ (A,B)$

Alors $12\ (A,B) = \complement A \cup \complement B$

$13\ (A,B) = A \cup \complement B$

$15\ (A,B) = \complement A \cup B$

$10\ (A,B) = (A \cap B) \cup (\complement A \cap \complement B)$

$11\ (A,B) = (A \cap \complement B) \cup (\complement A \cap B)$

L'écriture de 10 et de 11 reste longue

Posons $A \Delta B = \complement(A \cap B) \cap \complement(\complement A \cap \complement B) = 11\ (A,B)$

ou alors $A \Delta B = (A \cap \complement B) \cup (\complement A \cap B)$

$10\ (A,B) = \complement A\, \Delta\, B$

3°) - Langue usuelle.

Il parait raisonnable de choisir comme opérations fondamentales celles qui s'expriment le plus simplement dans la langue usuelle. Nous pensons ainsi choisir celles qui sont le plus fréquemment employées. D'autre part la langue usuelle, par suite de la fréquence et de la variété des cas ou on l'emploie constitue un moyen très fortement évocateur de décrire des situations; et par conséquent nous avons tendance à utiliser de façon privilégiée ce qui s'énonce aisement en langue ordinaire.

Une expérience simple montre que les parties les plus facilement décrites par les enfants (et même les adultes) sont 2, 7 et 14 (l'intersection, le complémentaire et la réunion). Mais il apparait aussi au que ces descriptions ne se font pas à l'aide de termes spécifiques :

La conjonctjon "et" est employée aussi bien pour décrire 2 : "les objets qui sont à la fois dans A et dans B" que pour décrire 14 : les objets qui sont dans A et ceux qui sont dans B. De même pour décrire 14 nous trouvons aussi bien le ou : "les objets qui sont dans A ou dans B ou dans les deux". Les mots "et", et "ou" sont bien les plus employés mais ils ne peuvent être utilisés pour étiqueter le modèle mental des opérations fondamentales puisqu'ils ne sont pas spécifiques.

.../...

4°) - <u>Manipulations et codages naturels.</u>

Si l'on propose a des enfants de coder les 16 parties a leur manière on s'aperçoit qu'après des tâtonnements ils trouvent un moyen quelconque - phrase, lettre, ou numéro - de désigner les parties 2, 3, 4, 5, c'est-à-dire les parties qui ne comportent qu'une seule case, et qu'ils désignent ensuite les autres comme réunion disjointes de ces parties là :

<u>Exemple</u> : "La partie 15 est formée des parties 2, 3 et quatre".

Cette forme de désignation des parties a l'avantage de fabriquer pour chacune d'elle un nom unique : Si deux désignations sont différentes les parties désignées sont aussi différentes. Les mathématiciens appèlent cette forme "Canonique". Il n'est pas non plus possible pour l'instant d'exploiter cette idée car elle ne fournit pas directement les opérations fondamentales utilisées courament.

5°) - <u>Choix et progression générale.</u>

Il parait donc préférable de choisir d'abord un système fondamental d'opérations logiques composé de 7 et 2, c'est-à-dire $\complement$ et $\cap$ (complémentaire, et intersection) de laisser l'enfant exprimer ses désignations comme il l'entend mais de proposer une écriture et une expression mathématique univoque : celle des mathématiciens de ne pas se se servir des expressions en langage courant pour "définir", pour marquer une opération. Car à moins d'obliger l'enfant à n'employer qu'un seul type de tournures de phrase - et nous nous refusons à mutiler le pouvoir d'expression de l'enfant - la conjonction "et" ne caractérise pas une opération ensembliste ou logique.

Les écritures de toutes les parties ou leur désignations en langue ordinaire doivent rester assez courtes. Aussi introduisons nous le moment venu l'opération réunion (14) en la définissant comme réunion disjointe de trois parties :

.../...

$A \cup B = (A \cap \complement B) \cup (\complement A \cap B) \cup (A \cap B)$ autrement dit les éléments de $A \cup B$ sont ceux qui

soit appartiennent à A et au complémentaire de B

soit appartiennent au complémentaire de A et à B

soit appartiennent à A et à B. (Voir la partie médagogique)

Il y a toutes les raisons de penser que les modèles mentaux les mieux dominés entre 5 et 7 ans sont ceux qui correspondent à la manipulation des objets physiques et que les expressions les plus employées sont celles qui servent à la communication des besoins et de l'affectivité. Il n'y a pas totale coïncidence.

C'est pourquoi nous considérons que le langage ensembliste présente comme théorie de la manipulation des objets physiques peut être d'une grande utilité pour la génèse de la pensée logique de l'enfant et est irremplaçable pour la définition des premiers objets mathématiques.

Les ensembles sont exhibés et désignés. Leurs descriptions sont acceptées, suscitées. Le langage sert de relai pour transporter d'un cas à l'autre une structure connue, mais c'est le sens qui permet de la reconnaitre et non la forme verbale. Jamais l'objet mathématique ne doit être introduit à cet âge par l'étude d'une définition formelle. A cet âge là les définitions servent de désignation.

C'est pourquoi, aussi nous proposons le plus souvent possible l'introduction non verbale des objets mathématiques qui permet ensuite à l'enfant de les décrire à sa manière et de raffiner progressivement son expression.

2 - PROCEDES PEDAGOGIQUES. EXEMPLE DE L'APPLICATION DE CE QUI PRECEDE : Désignation de l'intersection et de la réunion de deux ensembles (cours préparatoire)

Il s'agit de présenter aux enfants une situation dans laquelle ils devront désigner des parties d'un ensemble E en se servant des opérations U, ∩ .... Il est souhaitable de faire en sorte qu'ils aient l'occasion d'inventer une écriture de ce genre sans devoir recourir à une traduction sténographique de la langue usuelle.

EXEMPLE DE JEU :

Habillons la poupée : introduction de U (nous supposons que ∩ a déjà été introduit (cf ch. II, § 1 C)

1°) - Principe du jeu :

Ce jeu reproduit un peu la situation du jeu de la marchande: un groupe d'enfants reçoit une poupée habillée en partie seulement et un dessin montrant la poupée complètement habillée.

Ils doivent se procurer les objets qui manquent auprès d'une couturière.

C'est évidemment les communications avec la couturière qui vont donner l'occasion de créer et d'utiliser les expressions cherchées : A∩B, A U B

2°) - Pratique

Le groupe des couturières a devant lui les vêtements suivants disposés dans des cordes de couleur comme le montre la figure 1. Elle est seule à voir ce qu'il y a sur sa table mais elle peut envoyer en un petit colis ce qu'on lui demande par écrit. Elle a, devant elle, et visible par tout le monde, le code de la communication c'est-à-dire un tableau avec les dessins des ensembles et leur nom, comme l'indique la figure 2 ci-jointe.

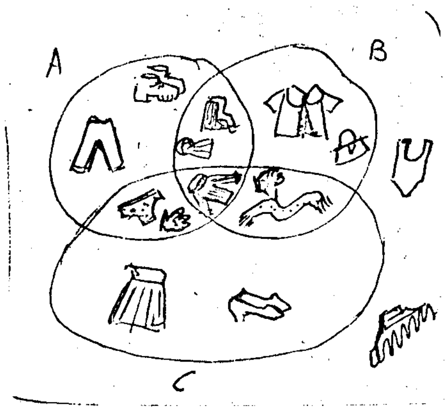


Fig. 1

.../...

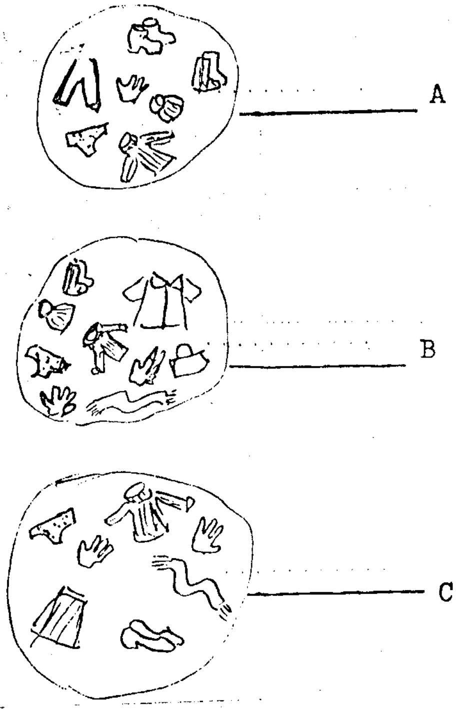


Fig. 2

Les dessins d'un même objet doivent être identiques. Les enfants doivent savoir

- qu'il n'y a qu'un bonnet, qu'une paire de chaussettes... même si les dessins sont reproduits plusieurs fois.

- que la poupée doit toujours porter la petite culotte même si on ne la voit pas sur le dessin.

La poupée a finalement deux tenues complètes et cohérentes : celle obtenue par $A \cup B$ celle obtenue par $B \cup C$.

Un groupe d'élèves reçoit le dessin de la tenue $A \cup B$ (fig. 3) et une poupée dotée seulement du gant gauche, du sac à main, du manteau et de l'écharpe ; que doivent-ils commander ?...

Fig. 3

Réponse : A

La réception faite, la vérification est facile : la poupée doit être complète et il ne doit rien rester.

Si la poupée possède déjà le gant droit, la culotte, les souliers de ville, la jupe, le bonnet, les chaussettes, le manteau et le sac à main, ce qui lui manque n'est pas désigné dans le code. Après réflexion, on peut voir que ces objets figurent dans A et dans B. Les enfants ont déjà vu la notation convenable : $A \cap B$

Si la poupée est nue, il manque $A \cup B$.

3°) - <u>Extension du code</u>

Pour faciliter le travail, les élèves proposent de porter dans le code la désignation de ces nouveaux ensembles ; la maîtresse affiche "$A \cup B$", "$A \cap B$" et les dessins correspondants.

d) - Le jeu continue accompagné de l'explicitation orale de ce que l'on veut commander : $A \cup B$ ou $A \cup C$, ou $A \cap B$, ou $A \cap C$ ou $B \cap C$.

Evidemment les enfants à tour de rôle jouent les acheteurs ou les couturières.

G. BROUSSEAU