/ LANGAGES /

I - IMPORTANCE DU LANGAGE MATHEMATIQUE

a) - Tout au long du tome I nous avons insisté sur l'importance du rôle joué par le langage mathématique dans la compréhension par l'enfant des situations qui lui sont proposées.

Toutes les créations de la première année scolaire sont accompagnées de désignations, aussi bien lors de la création du nombre que de celle des structures fondamentales. Puis les enfants ont été amenés à fabriquer des assemblages pour désigner de nouveaux objets (3 + 4 ; ou 7 + 2 = 9) et à convenir de règles d'écriture.

L'enrichissement naturel du répertoire accompagnait celui des concepts et nous avons montré à travers de nombreux exemples quel était le processus de mathématisation.

b) - Nous allons poursuivre dans cette voie avec les enfants au cours des années suivantes (auquel ce tome II est consacré). Ils vont enrichir les connaissances et le langage mathématique qui leur est nécessaire.

Cependant nous allons aussi leur proposer des situations qui ont pour but de les faire réfléchir sur l'emploi même de ce langage et de leur faciliter ainsi le maniement naturel de l'algèbre. Il s'agira toujours pour l'enfant de créer une écriture formelle pour améliorer sa stratégie dans un jeu :

. Soit pour mieux se représenter ce qui se passe.

. Soit pour communiquer avec un camarade ou avec lui-même.

. Soit pour prévoir ce qu'il doit faire par un calcul plus facile dans le modèle mathématique que dans la situation elle-même.

Nous espérons par ces jeux favoriser la connaissance et l'emploi du langage mathématique et logique, la pratique du calcul numérique et jeter les bases d'une initiation à l'informatique.

c) - Après un petit exposé théorique nous montrerons quelques exemples de réalisations pédagogiques. Dans le premier "Mouvements sur un circuit", le langage servira seulement à la communication avec soi ou avec les autres c'est-à-dire à la description de la situation. Il illustrera

.../...

l'emploi de "productions", mécanisme semblable à celui que l'on trouve dans les langues naturelles et que nous présenterons succinctement.

Ce jeu des mouvements sur un circuit est une simplification des jeux de Taquin (ou pouss-pouss) dont nous donnerons un autre exemple (le jeu des lionceaux dans des cages) prélude à l'étude des permutations.

Plusieurs autres jeux se mathématisent de la même façon. Mais à l'occasion de celui "Le loup, la chèvre et la salade" nous introduirons aussi la méthode des organigrammes qui facilite la recherche de la solution.

Nous retrouverons le même procédé dans le chapitre préparant au raisonnement par récurrence (dans le problème des tours d'Hanoï) et aussi dans celui qui prépare à la division.

Le second exemple montrera la création d'un langage où l'articulation des mots (la concaténation) jouera son rôle. Il s'agira de faire créer par les enfants de CM le système formel des opérations dans $\mathscr{P}(E)$.

Nous trouverons d'autres exemples de ce type à propos de géométrie (le voyageur de Hamilton), de la création d'un groupe (les lois du président Motus) et de l'étude des propriétés des opérations (substitutions formelles, associativité...)

Cette énumération a seulement pour but de montrer l'importance de ce chapitre.

II - UN PEU DE THEORIE SUR LES LANGAGES FORMELS

Nous allons étudier l'écriture de messages sous l'aspect de l'emploi de signes que l'on dispose les uns derrière les autres pour former les assemblages que nous appellerons "mots" et exprimer quelque chose.

A - MONOIDE LIBRE

1°) - Ensemble de base ou alphabet

Nous nous donnons un ensemble non vide $\mathscr{A}$ dont les éléments appelés éléments de base sont des signes graphiques. Cet ensemble de base sera appelé alphabet.

.../...

EXEMPLE : $\mathcal{A} = \{\blacksquare, \square\}$ alphabet composé de 2 éléments que l'on peut désigner oralement par : "noir" et "blanc". On peut écrire plusieurs fois le même élément de $\mathcal{A}$. Chacune des apparitions de ce signe s'appelle une occurrence de cet élément.

2°) - Séquences finies ou mots

Nous pouvons considérer maintenant des arrangements avec répétition d'éléments de $\mathcal{A}$, c'est-à-dire des séquences finies (ordonnées) ou mots formés d'occurrences d'éléments de $\mathcal{A}$.

EXEMPLES avec $\mathcal{A} = \{\blacksquare, \square\}$

$S = '\blacksquare\square\square\blacksquare\blacksquare'$ est une séquence finie de 5 occurrences.

Nous définirons le degré d'une séquence ou d'un mot comme l'entier égal au nombre des occurrences qui y figurent.

Le degré se note à l'aide de carrés :

$$|\blacksquare\square\square\blacksquare\blacksquare| = 5$$

De même on peut définir le degré par rapport à un symbole

$'\blacksquare\square\square\blacksquare\blacksquare'$ est de degré 3 par rapport à $\blacksquare$

est de degré 2 par rapport à $\square$

3°) - Concaténation de séquences

Etant donné l'alphabet $\mathcal{A}$ nous pouvons considérer l'ensemble $\mathcal{A}^*$ des séquences finies. A tout couple (S_1, S_2) d'éléments de $\mathcal{A}^*$ nous pouvons faire correspondre une séquence S_3 de $\mathcal{A}^*$ obtenue en écrivant à la suite S_1 et S_2

Nous dirons que S_3 a été obtenu en concaténant S_2 à la suite de S_1 nous écrirons $S_3 = S_1 S_2$

EXEMPLE : $\mathcal{A} = \{\blacksquare \square\}$ $\quad S_1 = '\blacksquare\blacksquare\square'$ $\quad S_2 = '\square\ \square'$

$$S_3 = S_1\ S_2 = '\blacksquare\blacksquare\square\square\square'$$

Il est immédiat de constater que la loi de concaténation est associative et que la séquence vide $E = '\ \ '$ est élément neutre.

On dit que $\mathcal{A}^*$ est le monoïde libre engendré par l'alphabet $\mathcal{A}$

.../...

B - CALCUL SUR LES MOTS

<u>Exemple 1</u> $\mathcal{A} = \{a, b, c\}$

X = 'ab'

Y = 'c'

P = 'abc'

Q = 'aab'

Soit $S_1 = X\,P\,Y$ = 'a b a b c c'

Nous pouvons envisager le cas où l'on se donne le droit de remplacer toute occurrence de P par une occurrence de Q

On écrit alors $P \sim Q$ "P équivalent à Q"

On en déduit $X\,P\,Y \sim X\,Q\,Y$

C'est-à-dire 'a b a b c c' $\sim$ 'a b a a b c'

Nous pouvons d'ailleurs continuer 'a b a a b c' $\sim$ 'a b a a a b'

<u>Exemple 2</u> $\mathcal{A} = \{$■, □$\}$ $\mathcal{E}$ est la séquence vide.

Nous nous donnons les relations suivantes :

'■■' $\sim$ E '□□' $\sim$ E

S_1 = '□■□■■□■' $\sim$ S_2 = '□'

C - LANGAGES

On appellera langage formel défini sur l'alphabet $\mathcal{A}$ toute partie finie ou non du monoïde libre $\mathcal{A}^*$

EXEMPLE $\mathcal{A} = \{A, B, I, L, T\}$

Considérons l'ensemble des mots de degrés S et qui sont de degré 1 par rapport à chacun des éléments de base ; c'est un langage $\mathcal{L}$.

(Ce langage contient 5 x 4 x 3 x 2 = 120 mots)

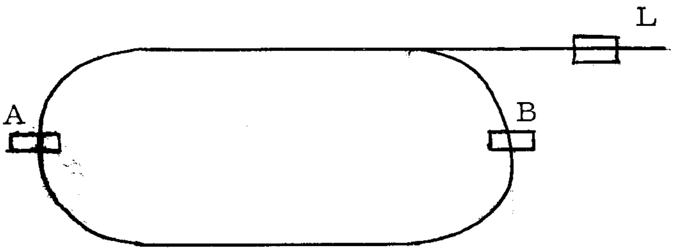
L I A T B $\in \mathcal{L}$ L I A T A $\notin \mathcal{L}$ L I A T $\notin \mathcal{L}$

<u>Bibliographie</u> "Notions sur les grammaires formelles" LENTIN et GROSS

oooOooo

III - MOUVEMENT SUR UN CIRCUIT

a) - Principe et objectifs du jeu



On propose aux enfants le circuit de chemin de fer représenté par la figure ci-contre.

L est une locomotive sur une voie de garage, A et B sont deux wagons.

1er objectif : Le travail des enfants consiste à mettre A à la place de B, B à la place de A et à replacer la locomotive sur la voie de garage. (La locomotive peut tirer 1 wagon en même temps).

2ème objectif : Création d'un langage pour communication éventuelle de la solution et vérification des messages.

b) - Déroulement du jeu et observations

Les enfants sont répartis par groupe de 4. La maîtresse distribue à chaque groupe une feuille de papier sur laquelle est dessiné le circuit et 3 cartons

- 1 noir qui représente la locomotive.
- 2 blancs (sur lesquels sont inscrites les lettres A et B) qui représentent les wagons que les enfants peuvent manipuler.

- Phase collective

La maîtresse explique le jeu à toute la classe (Un circuit est dessiné sur le tableau). Elle propose aux enfants de jouer et leur demande comment ils feraient cette manoeuvre s'ils étaient "chef de train".

Remarque : elle donne un intérêt supplémentaire à ce jeu en leur proposant un concours par groupe.

- Pour la réussite de la manipulation : 1 point (donné à la fin par accord de tous)

- Pour un message écrit : 1 point au groupe qui l'a écrit (à condition qu'il puisse expliquer pourquoi son message est correct).

- Pour un message lu, compris et réalisé : 1 point au groupe qui l'a déchiffré et 1 point de plus pour celui qui l'écrit.

.../...

- On donnera 2 points au groupe qui dira pourquoi un message est inexact.

- Phase par groupe

Les enfants cherchent dans un premier temps une solution (par groupe de 4) Lorsqu'ils la trouvent, on leur demande d'écrire ce qu'ils ont fait : c'est un message qui sera vérifié par un autre groupe.

- Vérification des messages

A mesure que les groupes ont terminé le travail demandé, (manipulation et message) ils échangent leurs messages qu'ils essaient de lire, de comprendre et de réaliser.

Remarque ; Deux groupes ayant échoué dans la manipulation, se sont "spécialisés" dans la lecture et la critique des messages.

- Phase collective de réflexion

Examen en commun des solutions et des messages, conclusion du concours.

c) - Observations

Exemples de messages produits dans une classe traditionnelle de CM2 dont 4 groupes sur 7 avaient trouvé la solution.

1) - Avant toute suggestion : une rédaction en langue naturelle (4 textes de ce genre)

Textes n° 4 et 3 (photocopies)

2) - Après l'indication "vous pourriez essayer de dessiner les différentes étapes de votre solution ou même les écrire avec seulement les lettres alignées"

3 groupes font des dessins du genre de la figure ci-dessous.

Groupe (VII) photocopie

3) - L'un des groupes reprend aussitôt son dessin pour le traduire ainsi

Photocopie (groupe 7)

Ce message n'est compris que par un groupe qui connaissait déjà la solution et qui en retrouve les étapes.

.../...

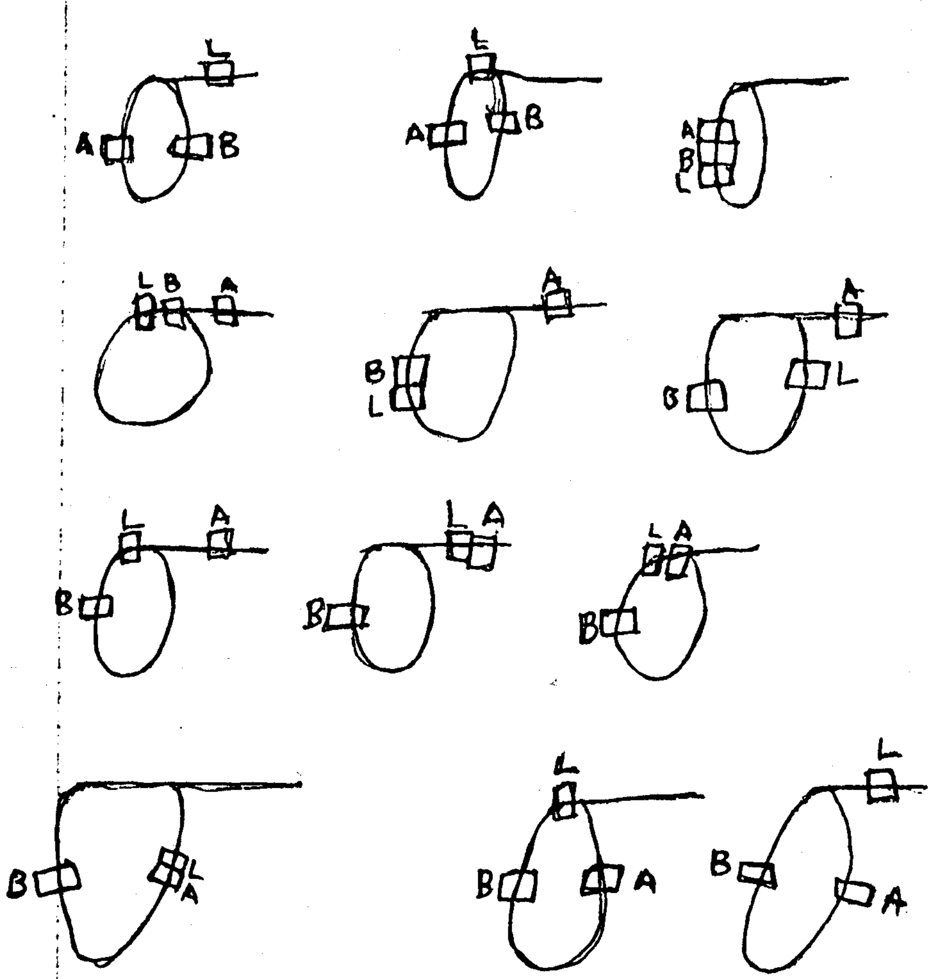
L - A - B . départ

L - B A -
A au garage
L - B au point A .

L - A au point B

L au garage

groupe VII . Martin - - -



n° 3 - La locomotive tire le A vers le garage mais s'arrête avant l'équillage et pousse le B derrière le A et continue jusqu'à que le A soit dans le garage et tire le B à la place du A quand il était au début. Il continue son trajet sans le B et prend le A pour l'ammener à la position du B et la locomotive repart au garage.

N° 4

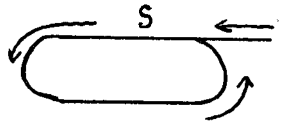
La locomotive sort, se dirige vers le wagon B, pousse le wagon B vers le wagon A, les 2 wagon se rencontrent, la locomotive poussent les deux wagon avec le wagon A devant, laisse le wagon A dans le hangar, revient sur l'équillage en tirant le wagon B, pousse le wagon B en avant, laisse le wagon B à la place du wagon A, la locotmotive repart en avant et va chercher le wagon A dans le hangar, repart en avant en tirant le wagon A, s'arrete sur l'équillage, fait marche arrière vers l'ancienne place du wagon B, laisse le wagon A à la place du wagon B, repart vers l'équillage, fait marche arrière vers le hangar.

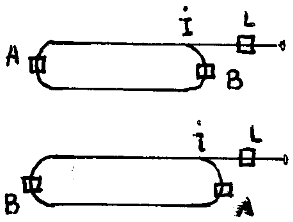
d) Analyse et mathématisation

Considérons l'alphabet = {A, B, L, I} et $\mathcal{L}$ le langage défini par la signification suivante :

⊗ Définition sémantique : I représente l'aiguillage et figurera dans tous les mots de $\mathcal{L}$

"A et B" représentent les wagons et L la locomotive. Les lettres sont rangées dans l'ordre où on rencontre les objets qu'elles représentent le long du circuit en partant de l'extrémité de la voie de garage puis en tournant dans le sens inverse des aiguilles d'une montre comme l'indique le dessin ci-contre.





Exemples : Au départ la position est L I A B à l'arrivée L I B A

Les véhicules qui sont sur la voie de garage sont énumérés avant le I

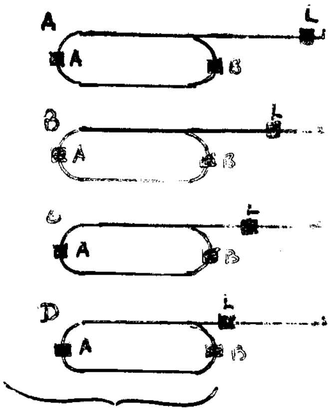
Les mots de $\mathcal{L}$ sont tous ceux qui décrivent des positions que l'on peut obtenir par des manoeuvres permises à partir de celle représentée par L I A B

A chaque manoeuvre est associée un couple de mots qui représentent l'état initial et l'état final.

Exemple : L I A B ⟶ I L A B indique que la locomotive a traversé l'aiguillage.

⊗ Silhouettes : Certaines manoeuvres sont trop timides pour modifier le mot qui décrit l'état initial : le couple qui les représente comporte deux fois le même mot. Les deux images qui les représentent appartiennent à la même silhouette.

Un mot représente donc une silhouette c'est-à-dire tout un ensemble d'images peu différentes les unes des autres.



Silhouette L I A B

a, b, c, d sont des figures différentes de la même configuration L I A B

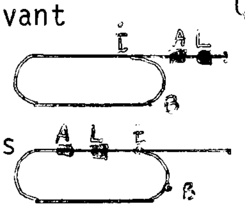
Exemple : Voir le dessin ci-contre.

Son usage correct suppose que l'on est capable de l'interpréter, c'est-à-dire à la fois d'identifier ces figures a, b, c, d comme une même silhouette, et de les ordonner pour reconstituer un mouvement réel.

L'examen des textes d'enfants montre que tous ceux qui ont trouvé une solution ont identifié des silhouettes.

.../...

avant
après



Quelles sont les manoeuvres permises ; il y en a deux :

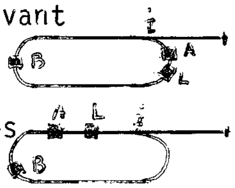
S_a) Traversée de l'aiguillage, de la voie de garage vers le circuit, et mouvement inverse.

Exemple : L A I B $\longleftrightarrow$ I L A B

S_b) Traversée de l'aiguillage sans quitter le circuit

Exemple : I B L A $\longleftrightarrow$ I L A B

avant
après



La partie du mot qui représente le train en mouvement (L A) doit être à la fin du mot. Elle passe immédiatement après le I sans que l'ordre des lettres soit changé.

Mouvement inverse : I L A B $\longrightarrow$ I B L A

Condition : La partie du mot qui représente le train en mouvement doit toujours contenir L

⊗ Définition syntaxique : Chaque manoeuvre permise définit un schéma de production ; c'est-à-dire un moyen de produire certains mots (qui représenteront la position d'arrivée) à partir de certains autres (qui représentent la position de départ).

V, X, Y, Z sont des éléments distincts ou non de $\{\phi, A, B, AB, BA\}$ c'est-à-dire représentent une suite de 0, 1 ou 2 wagons.

S_a définit la production qui a tout mot de la forme V X L Y I Z fait correspondre un mot: "V I X L Y Z"

Exemple : $V = \phi$ $X = A$ $Y = B$ $Z = \phi$

$$A\ L\ B\ I \xrightarrow{S_a} I\ A\ L\ B$$

$$A\ L\ B\ I \xrightarrow{S_a} A\ I\ L\ B$$

S_b définit la production qui a tout mot de la forme V I X L Y Z fait correspondre un mot: V I Z X L Y

S_a et S_b sont les seules productions permises.

Le problème proposé se reformule alors ainsi :

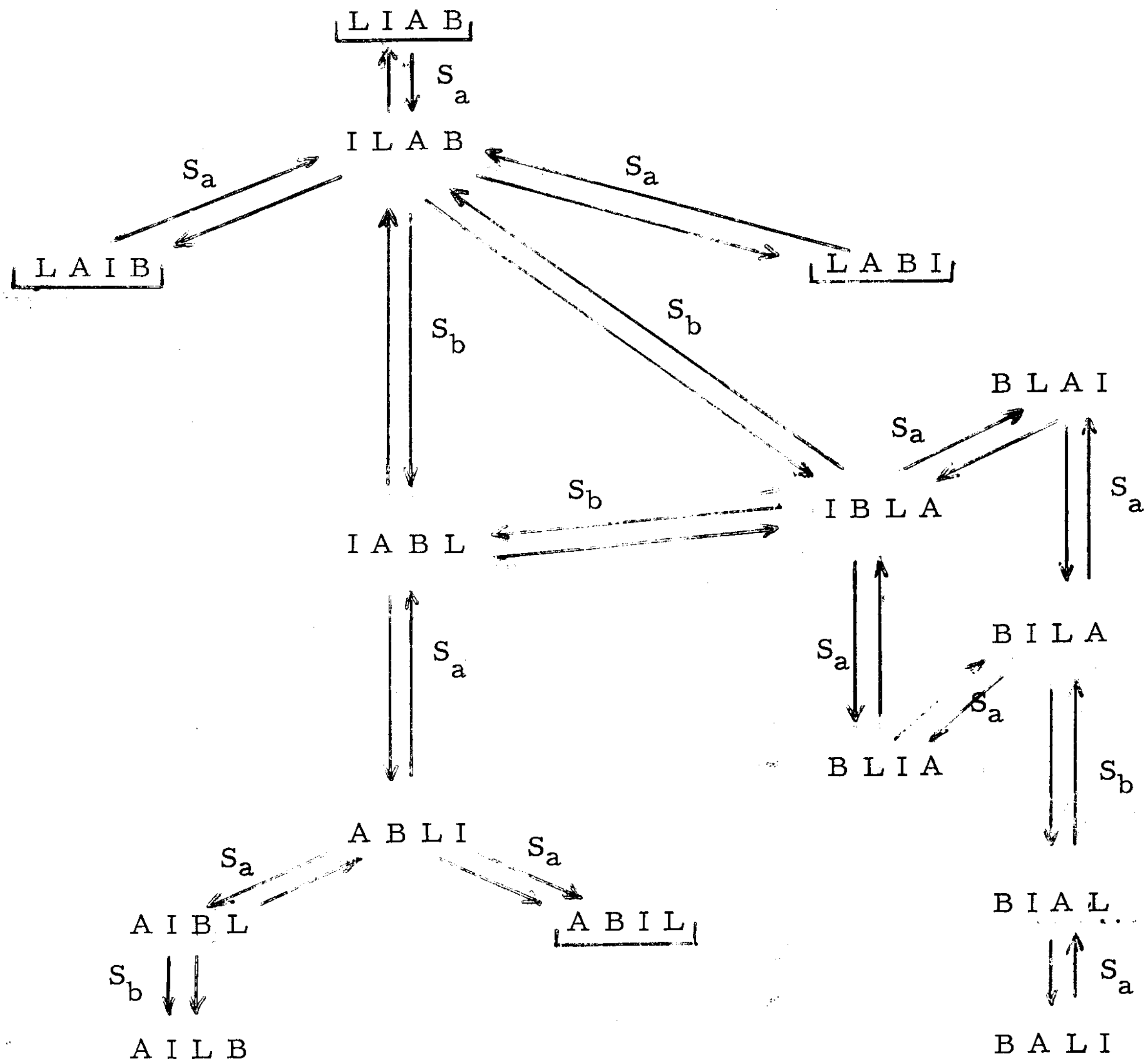
A l'aide des schémas S_a et S_b, le mot L I A B engendre un langage $\mathcal{L}$. Est-ce que L I B A est un mot de ce langage. Calculer L I B A dans $\mathcal{L}$

.../...

⊗ Solution : $L\,I\,A\,B \xrightarrow{S_a} I\,L\,A\,B \xrightarrow{S_b} I\,A\,B\,L \xrightarrow{S_a} A\,B\,L\,I$
$\xrightarrow{S_a} A\,I\,B\,L \xrightarrow{S_b} A\,I\,L\,B \xrightarrow{S_a} A\,L\,I\,B \xrightarrow{S_a} I\,A\,L\,B \xrightarrow{S_b} I\,B\,A\,L$
$\xrightarrow{S_b} I\,L\,B\,A \xrightarrow{S_a} L\,I\,B\,A$

Ce cheminement est tout à fait comparable, bien que plus simple, à celui d'une démonstration mathématique ou d'un calcul numérique.

⊗ Stratégie : Une recherche systématique de la solution consisterait à partir de chaque mot à étudier tous les résultats possibles par l'application de chaque production. Cette recherche peut se faire à l'aide d'un organigramme qui met en évidence les choix inutiles (exemple : figure ci-dessous) Les flèches représentent les productions.



Un examen un peu plus approfondi montre que suivant le cas les mots peuvent avoir suivant les cas 1, 2, 3, mots dérivés par S_a et 0, 1, 2 mots dérivés par S_b. Au total de 1 à 5 mots dérivés.

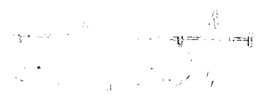
Exemples : I L A B possède 5 dérivés.
L A B I 1 seul : (mot terminal)

On suppose aussi qu'il pourrait y avoir plusieurs solutions au problème et que l'on pourra ainsi choisir la plus courte.

A titre d'exemple, nous donnons une solution complète de ce problème de stratégie dans le chapitre organigramme.

e) Réflexions pédagogiques

Le choix des silhouettes ou regroupement d'images reconnues comme équivalentes à priori est très important. Il n'est pas évident pour l'enfant, il faut qu'il fasse ce travail lui-même. On voit par exemple que si le groupe 7 est parvenu en deux étapes à un langage plus économique encore que celui que nous donnons ci-dessus et qui ne distingue comme lui que deux zones



(garage et circuit) à l'étape précédente il y avait encore 4 zones : (voir figure ci-contre).

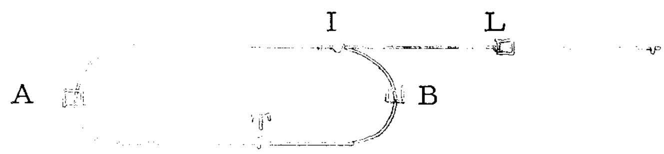
Le texte n° 3 distingue aussi 4 zones mais à l'intérieur veut décrire sinon les images intermédiaires du moins leur ordre d'apparition : tire, pousse, continue etc...

En général, il faut un effort pour distinguer les mouvements et leurs résultats, puis pour choisir un système qui décrive les uns ou les autres sans confusion entre "A" et "la place de A"

Nous avons observé que bien peu d'enfants étaient capables d'introduire une simple désignation nouvelle pour éclaircir leur message.

f) Prolongements

- Même problème mais le circuit comporte en T un tunnel qui laisse passer la locomotive mais pas les wagons. (Il y a dans A et dans B des girafes qui ont sorti la tête...)



.../.

Solution :

L I A T B ⟶ I L A T B ⟶ I A T B L ⟶ I B L A T ⟶ B L I A T

⟶ B I L A T ⟶ B I T L A ⟶ B I L T A ⟶ B L I T A ⟶ I B L T A

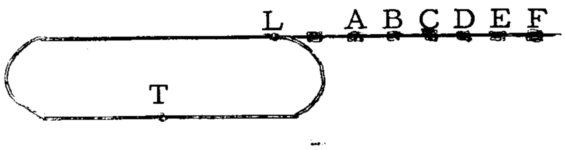
⟶ I B T L A ⟶ I L A B T ⟶ I A B T L ⟶ I A B L T ⟶ A B L I T

⟶ A I B L T ⟶ A I B T L ⟶ A I L B T ⟶ A L I B T ⟶ I A L B T

⟶ I B T A L ⟶ I L B T A ⟶ L I B T A

- Sur la voie de garage se trouve un train dont on veut changer l'ordre des wagons

Exemple :



Comment obtenir A E B D F C L I T à partir de F E D C B A L I T

- Les enfants cherchent toutes les solutions en utilisant l'organigramme et le langage construit.

IV - AUTRE EXEMPLE

DESIGNATION DANS $\mathcal{P}(E)$

ENSEMBLE DE LECONS
POUR LE COURS MOYEN II

OBJECTIF

A partir d'une désignation directe de quelques parties de E, les enfants devront :

- dans un 1er temps construire des désignations d'ensembles nouveaux, par exemple $A \cap B$, $A \cup B$, $\complement(A \cap B)$, $\complement(A \cup B)$, etc... et les utiliser à l'occasion d'un jeu de communication.

- dans un 2ème temps généraliser l'emploi des conventions qu'ils auront inventées et si possible formuler les règles de manipulation du langage formel ainsi créé.

REMARQUE : Les langages inventés par les enfants dépendent beaucoup des conditions du jeu.

MATERIEL

- 50 feuilles de papier portant chacune une grille de format 10cm/10cm et conforme à la figure I et destinées à être remplies par les élèves.

- 50 autres feuilles portant des grilles semblables mais dont certaines cases sont hachurées (cf liste annexe)

- 1/2 feuilles de papier (une centaine) pour l'écriture des messages.

	A	B	C	D	E
F					
G					
H					
I					
J					

Figure I

.../...

PRINCIPE DU JEU

Les enfants sont répartis en équipes à raison de 4 ou 6 par équipe et disposés comme sur le figure 2, chaque équipe étant elle-même divisée en 2 groupes :

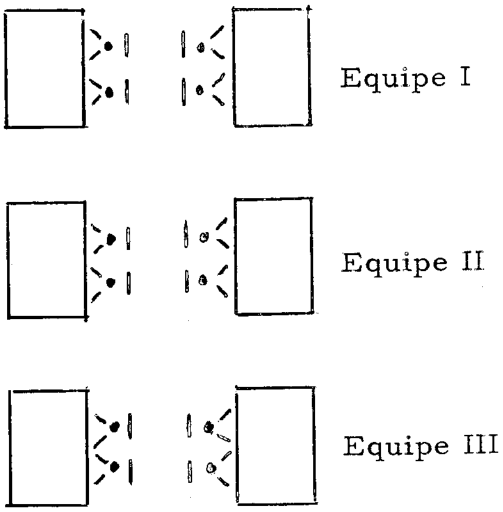


Figure II

- Le groupe des Emetteurs (2 ou 3 enfants) qui recevra les grilles hachurées.
- Le groupe des Récepteurs (2 ou 3 enfants) qui recevra les grilles non-hachurées

Chaque équipe a le même genre de problème à résoudre.

A chaque partie, les Emetteurs recevront une nouvelle grille hachurée et devront envoyer un message le plus court possible aux Récepteurs pour leur indiquer la partie qui est hachurée sur leur grille.

Les Récepteurs devront hachurer cette partie là sur leur grile vide.

On vérifiera ensuite.

Entre les parties, les Emetteurs et les Récepteurs d'une même équipe peuvent se concerter pour discuter de leurs conventions et choisir les écritures les plus efficaces.

DEROULEMENT DES LEÇONS pour une construction de la formalisation logique classique.

Toutes ces leçons se dérouleront au rythme des enfants

1 EXPLICATION DU JEU AUX ENFANTS

a) - Prétexte : La grille représente une classification d'objets, par exemple : Dans une quincaillerie, les boulons sont classés dans des tiroirs suivant leur longueur et leur grosseur.

- Tous les tiroirs contenant les boulons d'une même longueur sont disposés sur une même colonne ; il y a 5 longueurs.
- Tous les tiroirs contenant les boulons d'une même grosseur sont disposés sur une même ligne : il y a 5 grosseurs.

Dans la grille que l'on dessine au tableau chaque tiroir est représenté par une case ; A, B, C, D, E sont les ensembles de boulons classés par longueur ; F, G, H, I, J, les ensembles de boulons classés par grosseur.

.../...

REMARQUE : On peut chercher des prétextes plus près de la vie des enfants (différents types de matériel à classifications multiples).

b) - Explication de la communication et création des équipes et des groupes.

- Distribution des grilles de la 1ère partie (cf liste annexe phase n° 1) et explication (cf Principe du jeu)
- Pour les enfants, à l'intérieur de chaque équipe, le but du jeu c'est :
  - obtenir que la grille des Récepteurs soit identique à celle des Emetteurs.
  - réaliser ceci avec le **message le plus court** (on compte le nombre de signes utilisés)

(2) - PHASE I - DESIGNATION DIRECTE DES ENSEMBLES

Les grilles de la 1ère partie de la phase I ont été distribuées aux Emetteurs au cours de l'explication de la communication. Elles comportent chacune une bande hachurée, il y a autant de bandes différentes que d'équipes.

- on joue
- contrôle à l'intérieur de chaque équipe → réflexion sur les conventions, le message.
- 2 possibllités :
  - Le maître peut faire une comparaison collective de tous les messages et diriger la recherche du message le plus efficace : "E" , "H"
  - mais il est préférable de jouer plusieurs parties avec le même genre de grille et ainsi laisser le temps aux enfants de construire leurs procédés de communication, le maître se contentant de les encourager sans donner son opinion.

(3) - PHASE II - DESIGNATION DU COMPLEMENTAIRE

Les Emetteurs deviennent Récepteurs et réciproquement.
Toutes les cases sont hachurées sauf une bande (cf liste annexe phase II).
Si les enfants utilisent l'expression du type : "Tous moins D" par exemple, on peut leur proposer la notation usuelle $\complement D$

.../...

(4) - PHASE III - DESIGNATION DE L'INTERSECTION ET DE LA REUNION

a) - Ière partie : Les grilles comportent une case hachurée (cf liste annexe phase III, 1ère partie).

Si les enfants proposent une notation du type "A, B", il n'est pas souhaitable de leur donner tout de suite la notation usuelle ; "$A \cap B$" ; on attend la 2ème partie

b) - 2ème partie : 2 bandes sont hachurées (cf liste annexe phase III, 2ème partie).

La notation "A, B" pourrait suffire, mais il faut distinguer ce cas du précédent. Les enfants proposent l'introduction de 2 signes que le maître donne : "$\cap$", "U".

(5) PHASE IV - GENERALISATION DES ECRITURES DEJA OBTENUES

1) - Réunion de plusieurs bandes ; A U B U C .....
(cf liste annexe phase IV n° 1)

2) - Réunion de plusieurs cases ; $(A \cap B)$ U $(C \cap D)$..... *
(cf liste annexe phase IV n° 2)

3) - Complémentaire de l'Intersection : $\complement (A \cap B)$ *
(cf liste annexe phase IV n° 3)

4) - Complémentaire d'une réunion : $\complement$ (A U B) *
(cf liste annexe phase IV n° 4)

5) - Intersection de réunion de plusieurs bandes : (G U H) $\cap$ (C U E) *
(cf liste annexe phase IV n° 5)

* Pour les étapes marquées, l'emploi des parenthèses et les substitutions doivent être familières aux enfants pour qu'ils puissent poursuivre le jeu.

AUTRES DEROULEMENTS ET SUITE DE L'ETUDE

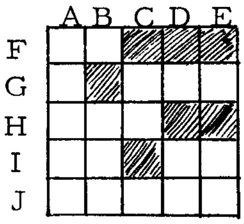
Le répertoire de désignations des ensembles dépend comme nous venons de le voir de l'ordre dans lequel on propose les grilles aux enfants.

D'autre déroulements peuvent être envisagés :

1) - Distribution directe de grilles complexes : on peut aboutir comme avec des adultes à l'écriture canonique : c'est-à-dire à l'énumération des cases hachurées, chaque case étant désignée par la ligne et sa colonne :

.../...

EX.



$$(C \cap F) \cup (D \cap F) \cup (E \cap F) \cup (B \cap G) \cup (D \cap H) \cup (E \cap H) \cup (I \cap C)$$

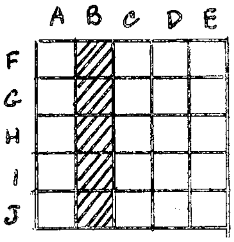
2) - Autres exemples : Ecriture à partir de la barre de SCHAEFFER

3) - La découverte et l'étude des règles auxquelles obéissent ces écritures se feront ultérieurement, mais on entrevoit déjà comment diverses désignations d'une même partie permettront l'écriture d'égalités.

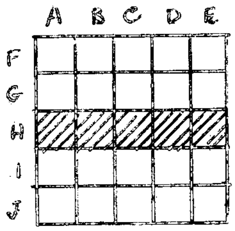
LISTE ANNEXE - EXEMPLES DE GRILLES HACHUREES

\#

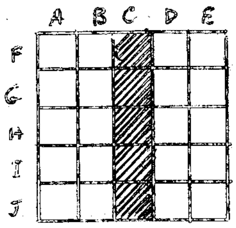
Phase I



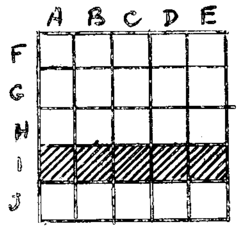
B



H



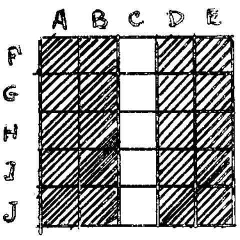
C



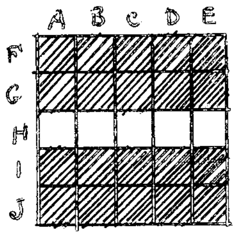
etc. .

I

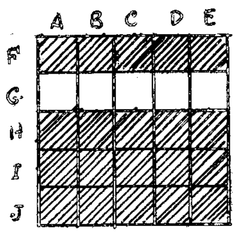
Phase I



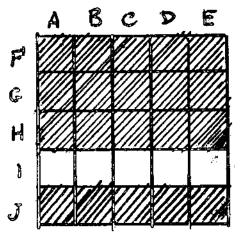
$\complement C$



$\complement H$



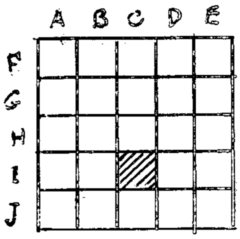
$\complement G$



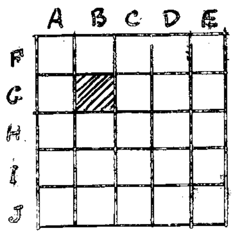
etc. . .

$\complement I$

Phase II 1ère partie

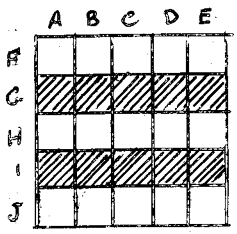


$I \cap C$

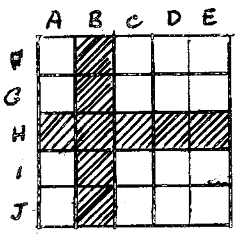


$B \cap G$

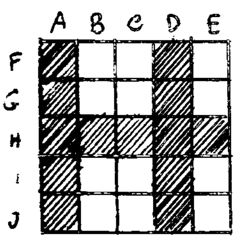
2ème partie



$G \cup I$

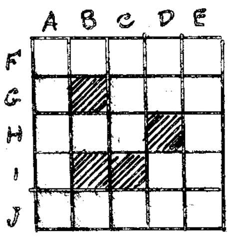


$B \cup H$



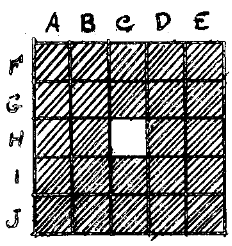
n° 1

$A \cup D \cup H$



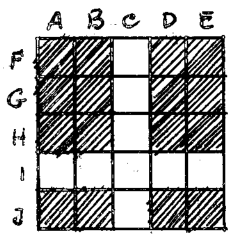
n° 2

$(B \cap G) \cup (D \cap H)$
$\cup (B \cap I) \cup (C \cap I)$



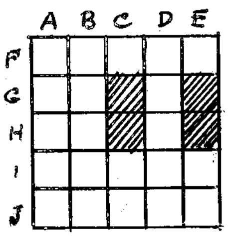
n° 3

$\complement(C \cap H)$



n° 4

$\complement(C \cup I)$



n° 5

$(G \cup H) \cap (C \cup E)$