2015

Comentarios 2015 de G. Brousseau sobre su primer libro[1]

(*Título original* : Commentaires 2015 de Guy Brousseau sur son petit livret de 1964
G. Brousseau, G., Les Mathématiques du cours préparatoire, premier fascicule, Dunod, 1965[2]

Traducido por Mabel Aguilar y Dilma Fregona

Para los participantes del "**Congreso Internacional de Didáctica de la Matemática. Una mirada epistemológica y empírica (**Santa Marta, Colombia 2015)"

Prólogo

¿Un currículo raro? ¡Una provocación y un manifiesto!

Esta pequeña obra aparece como un manual, o más bien como un cuaderno de ejercicios, destinado a alumnos de 6 años para los cuatro primeros meses de estudio. Todavía no saben leer, por lo que ningún texto está dirigido directamente a ellos. No tienen más que considerar los dibujos o los gráficos y completarlos. Las consignas presentadas al margen están formuladas como las que podrían hacer los profesores lacónicos si reemplazaran la palabra, por ejemplo, con el gesto. Pero nunca se publicó ni se escribió un libro destinado a los maestros que hubieran querido utilizar el cuaderno de ejercicios para una enseñanza efectiva.

En realidad, esta obra es un *manifiesto* a favor de un enfoque moderno de la enseñanza de las matemáticas. Más aún, es una verdadera *provocación* por el número de disposiciones tradicionales que transgrede. Expresa simplemente la idea de que la enseñanza de las matemáticas modernas permite, y aún más necesita, un nuevo enfoque de los dispositivos y de los métodos de enseñanza.

Habría que evocar la situación en 1962-1963, momento en que este libro fue concebido y redactado. Enviado al editor y al dibujante a fines de 1963 o comienzos del 64, aparece en octubre del 64, fechado en 1965 como se hace generalmente. Precede la maraña de publicaciones con intenciones didácticas que proponen interpretaciones de estas "matemáticas modernas" de las cuales todo el mundo comienza a hablar.

Las concepciones sugeridas por este libro ¿son ilusiones?, y la provocación ¿es una trampa? Lo que sigue revelará que esta obra presenta, al lado de las torpezas y de las ficciones caricaturales asumidas, una colección de hipótesis que servirán de base a toda una serie de trabajos científicos que tienden a hacer de la enseñanza de las matemáticas un objeto de estudio para una ciencia renovada, la Didáctica de las matemáticas. Los visitantes de esta propuesta podrán, desde el

[1] Disponible en http://guy-brousseau.com/wp-content/uploads/2015/04/65-Dunod.pdf

[2] Fue favorecido por la recomendación de la ciudad de París para sus escuelas.

tercer milenio en el que se encuentran, exhumar las huellas arqueológicas del nacimiento de algunos de los principales temas de la teoría de las situaciones, que esta obra precede en una decena de años.

Los curiosos encontrarán a continuación a) primero un comentario y explicaciones para algunas de las particularidades de los ejercicios de este librito, b) luego una lista de experiencias y de trabajos posteriores que se inspiraron en él antes de la creación del COREM, c) finalmente un inventario de conceptos y de ideas surgidas a partir de las acciones evocadas en los dibujitos y que serán, luego, cuestionamientos fundadores del estudio de las situaciones y de los fenómenos en Didáctica.

******

I

La visita

A. Listado de temas

Lo evidente de mis intenciones aparece en las cuatro páginas del "listado de temas" con la distribución temporal de los ejercicios, los términos del programa oficial, el nombre moderno de las nociones matemáticas trabajadas, el objeto de los ejercicios y de las técnicas, los elementos de lógica estudiados o utilizados en esta oportunidad y las motivaciones o los orígenes sensoriales. Estas páginas anuncian la introducción de nuevos conceptos lógico-matemáticos y declaran inspirarse en los aportes de la psicología cognitiva y sobre todo de la epistemología genética. Términos científicos como "cardinal" o "pertenencia" evocan conceptos nuevos que intervienen en la concepción de la enseñanza en la mira. Pero ninguno de esos términos aparece, ni en el lenguaje de los alumnos ni en el de los profesores, salvo los símbolos matemáticos. Esta precaución tenía por objeto prevenir una tendencia de los docentes *a presentar* los conocimientos matemáticos nombrándolos, describiéndolos, ilustrándolos con ejemplos y explicaciones en lugar de usarlos solamente y de que sean usados con sentido.

B. Las primeras páginas: lecciones no verbales, acciones no verbales

Los alumnos conocen los personajes del circo e identifican algunos objetos típicos de este medio. Este universo facilitará a los alumnos el juego de las representaciones, una evocación y un eco de sus propias aventuras y de los motivos de sus actividades. La página 2 evoca una lección dada realmente en clase por la maestra. Ella entrega a cada alumno un cartón con una especie de figura simple. Todas son diferentes. Pone un cartón en el pizarrón, el niño que posee el mismo motivo debe ir a mostrarlo al lado de la maestra. Puede obtener este resultado la primera vez sin decir nada, yendo a buscar a un primer niño y guiándolo sin decir palabra. Muestra otro motivo y espera visiblemente que el niño vaya… Obtiene un primer logro, luego otros, y siempre sin decir nada. Individualmente los alumnos reencuentran la situación sugerida en el cuaderno, solamente que el desplazamiento está representado allí por una flecha, recurso de un instrumento universal para representar un par ordenado. La forma no verbal de introducir la práctica de esta flecha en la clase no está evocada en el manual. El método no es difícil de *imaginar*. Es suficiente con "mostrar" y que "se imite". Los tres últimos ejercicios que preguntan "¿qué debe dibujar la maestra para hacer pasar a tal alumno?" deberían haber sido presentados al principio.

Los ejercicios presentados aquí apuntan a que los alumnos utilicen signos icónicos para expresar o acompañar acciones, bastante simples en sí mismas. Con los docentes, la dificultad principal es que practiquen ellos mismos este mismo método en su enseñanza: hacer utilizar los signos correctamente, aprobar las formulaciones correctas y llegado el caso corregir los usos inapropiados más que los discursos. Por ejemplo, las flechas empleadas desde la primera lección representan un movimiento del alumno hacia el pizarrón (en el contexto un trazo hubiera sido suficiente), los signos generados por las formas y los colores representan alumnos. Pero es evidente que el docente debió realizar el juego con los niños antes de proponerles el ejercicio. Y el libro sugiere que el profesor pueda perfectamente hacer que los alumnos jueguen sugiriéndoles solamente lo que tienen que hacer con el ejemplo, sin decir nada.

C. Hacia las situaciones a-didácticas…

Es evidente que el juego de las informaciones o de las consignas que se adivinan, sin decir palabra, solo es útil si se entiende el sentido, establecido en complicidad con el alumno. No es un ejercicio, ni una lección que se aprende, es un juego. Todas las lecciones tendrán como ésta "alguna cosita" para hacer, para adivinar, para mostrar personalmente que uno entiende, que uno participa. Una especie de mínimo gesto que no debe ser por ningún motivo exigido, mostrado, subestimado… es el que no inventa sino imita. Este tipo de juego será a menudo evocado en las lecciones siguientes.

Estas adivinanzas prefiguran un tipo de relación didáctica que será pronto precisada y formalizada con el nombre de situaciones a-didácticas. Situaciones en las cuales la respuesta correcta se impone por su adecuación, pero en donde aún no se exige, no se explica, ¡y en donde los errores no se constatan todavía, no se descuentan, no se reprochan, no se penalizan! Las condiciones que justificaban el uso directo de estos gestos por parte de los alumnos ¡no eran fáciles de exponer a los profesores en esta ficción no verbal destinada sólo a los alumnos! Es necesario resaltar que el significado es en común, cada respuesta es personal: ningún alumno puede responder en lugar de otro. Y, a menudo, el logro en común depende de diferentes logros individuales, lo que hace de la acción y del aprendizaje individual un desafío colectivo.

Serán necesarios varios años de reflexión y de experiencias para tener ejemplos de situaciones que justifiquen la respuesta correcta sin que la incorrecta mate el problema ni desacredite al jugador porque para producir la correcta habría sido necesario desarrollar el conocimiento o el razonamiento idóneo. Permiten entonces al alumno intentos sucesivos, pero no las estrategias exhaustivas ciegas (de tipo *multiple choise*). Las situaciones tienen estructuras diferentes según que la (o una) respuesta correcta *deba* expresarse por una decisión no verbal: una "acción", o por un mensaje informativo: una "comunicación" real (el destinatario ignora la respuesta correcta) o por una declaración (una opinión, una explicación, una prueba,…).

El trabajo de *ingeniería matemática* consiste en concebir o identificar las condiciones que el alumno puede y debe invertir, solo, para finalmente ejercer *un conocimiento preciso*, y comprenderlo por razones estrictamente matemáticas. Estas razones no deben serle suministradas previamente. Este trabajo comprende, entre otros, la elección de un dispositivo específico del conocimiento matemático en la mira, la evaluación de la probabilidad de logro individual, el cálculo del efecto multiplicador de una red cooperativa de comunicaciones, etc. El trabajo en red cooperativo específico (no se trata de una simple puesta en grupos paralelos) permite a una clase entera abordar, comprender y resolver problemas que solo hubieran sido entendidos, resueltos y aprendidos por un pequeño número de alumnos que trabajan individualmente. Las ideas o las informaciones recogidas por algunos sirven a otros para otras tareas… Así los conocimientos necesarios aparecidos aquí o allá, *percolan* de un puesto de trabajo a otro[3].

Y lamentablemente este trabajo no es generalizable, no es deducible enteramente de un principio general independiente del concepto matemático en la mira. A priori, ¡cada enunciado matemático es original y requiere una génesis y una prueba específica! Querer "reinventar" cada uno de los conocimientos matemáticos por los alumnos sería una empresa perdida de entrada.

Felizmente, alcanza con reservar una proporción razonable de tiempo para este tipo de actividades con el fin de mantener el apetito de los alumnos y el confort de los aprendizajes esenciales. El interés de estos episodios matemáticos justifica, a los ojos de los alumnos como a los de los matemáticos mismos, los esfuerzos clásicos de aprendizaje formal donde la respuesta es "enseñada" antes de ser "aprendida". La solución es un equilibrio dialéctico sutil entre estos dos tipos de situaciones didácticas. No es inútil para quien quiere "hacer" poesía, aprenderse algunos buenos textos de memoria.

Es recién en 1970, en oportunidad de la creación de los IREM cuando tuve la posibilidad de formular las bases de un proceso de matematización y de dar un ejemplo[4] (lo que iba a devenir más tarde en la "teoría de las situaciones matemáticas"). N. Picard, en la misma obra, hablaba de "matematización de las situaciones", el sentido era completamente diferente.

D. Una práctica algebraica: objetos y declaraciones

Esta enseñanza "no verbal" de prácticas bien precisas permitirá, llegado el momento, introducir la formulación adecuada distinguiendo naturalmente el nombre de la cosa y el nombre del signo. Existen numerosos juegos que consisten en adivinar una palabra a través de diversos medios (ej.: el juego consiste en plantear preguntas para adivinar una acción determinada). Así la obra puede presentar, sin oraciones, no sólo objetos nuevos sino también declaraciones y por lo tanto prácticas algebraicas. Los alumnos tendrán que referirse no solamente a los objetos y al nombre de ellos (eventualmente un signo), sino también a clases de objetos y a sus nombres, a números y

---

[3]Un excelente ejemplo de este proceso está dado por Imre Lakatos en *Preuves et Réfutations essai sur la logique de la découverte mathématique*.

[4] G. Brousseau, Processus de mathématisation, un exemple de processus de mathématisation : l'addition dans les naturels : CP, CE1. *La mathématique à l'école élémentaire,* Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public, 1972, 428-457, http://guy-brousseau.com/952/processus-de-mathematisation/

a sus nombres, a relaciones: "igualdad"[5], "más grande que"… aún bajo la forma de afirmaciones ("R es verdadera"). Entonces se intenta que los alumnos traten y utilicen no solamente los nombres y los dibujos de objetos o de personajes sino también enunciados matemáticos.

E. Isomorfismos, 4 magnitudes, 1 operación, 3 relaciones, 1 sistema formal

Estos enunciados, por ejemplo: «4 + 5 > 3 + 5», se tratan como significantes que toman "significaciones" diferentes en cinco universos en cada uno de los cuales obra un personaje principal (confrontan sus resultados en la página 52): (a) el monito cuenta las *colecciones de objetos*, (b) Bubu coloca una a continuación de otra *longitudes de regletas*, (c) Pipo manipula cubos del mismo tamaño pero de *diferentes masas* enteras, (d) el señor Loyal cuenta *dinero*, (e) finalmente Zanzi *escribe*.

Se introducen sólo como signos gramaticales:

- El signo de la operación "+", que toma un sentido diferente pero preciso en cada universo: reunir, poner uno a continuación de otro, en el mismo plato. El signo "-" tendría que ser introducido un poco más tarde por un proceso diferente, prolongando la escritura de la cantidad desconocida presentada en la página 50. El paradigma {+, y} está formado por los signos "+" e "y". "3 y 4" tiene un sentido diferente de "3 + 4". En aritmética elemental "3 + 4 = 7" se interpreta comúnmente como la representación temporal dinámica de una acción y de su "resultado": "dispongo 3, agrego 4, cuento todo y encuentro 7". Aquí el sentido de "+" es descriptivo y estático.
- 3 signos de relaciones:{ =, <, >} que pueden aparecer en el mismo lugar en las fórmulas. Este paradigma da al signo "=" una función y un sentido preciso. En esta obra "=", "<" y ">" son relaciones entre dos "magnitudes" que se comparan. Los alumnos pueden escribir observaciones o previsiones de tipo"3+4 > 5 + 1" para prever una comparación de tamaño o de peso.

Cada ejercicio sugiere al profesor que organice tipos de actividades similares. Las respuestas no deseadas de los alumnos no son errores, son oportunidades de mostrar "lo que el profesor desea que se haga o se diga" en estas situaciones.

Los juegos con los números ocultos son adivinanzas que son resoluciones de ecuaciones. Las páginas 56 y 57 muestran cómo podrían organizarse a la vez la manipulación y la adición de vectores y la numeración decimal… Un delirio si se los entiende como ejemplos para un curso pero una sugerencia muy plausible para un currículo posterior.

Los ejercicios sobre el orden natural son gamas poco comunes en relación con el recitado ritual de los números.

[5] Para que el signo «=» reciba una significación y sea comprendido correctamente es necesario que sea elegido entre varias alternativas. Su uso antiguo en la escuela primaria no era más que un signo. Podría haberse leído "da".

La sugerencia de las regletas no es un invento. El hecho de que sean longitudes (enteras) de colores y de secciones diferentes permitía algunos ejercicios pero no eran una copia del material de Cuisenaire o del de Kern que existían precedentemente. Estas regletas permitían plantear preguntas de lógica, pero no eran un sistema como el material de Dienes que llegó a Francia un tiempo después.

La obra sugiere provocar primero acciones y observaciones en condiciones un poco inciertas que exigen sin presión una pequeña adaptación por parte del alumno, en respuesta a gestos, a intenciones explícitas o a adivinanzas. El uso se establece en respuesta a condiciones dadas (conocidas por el profesor pero no delimitadas por los alumnos). Por ejemplo, el alumno tiene que pedir el material necesario para hacer un banquito donde cada pata se componga de dos regletas de 3 iteradas. Pero sólo dispone de las regletas tomadas de la caja 2. Se conduce al alumno a considerar implícitamente que $3 + 3 = 2 + 2 + 2$ antes de escribirlo. La respuesta del alumno se adapta a las circunstancias. Actúa, se comunica a través de sus propios medios y más tarde, lo que conoce se identifica como un objeto de estudio y de saber. La inversión en relación a las prácticas de la época es bastante clara: esas últimas consistían en poner primero un texto que presenta los elementos de saber textuales precisos para aprender aisladamente, por repetición, antes de "aplicarlos" junto con construcciones progresivas de conceptos más complejos: el nombre, el objeto, el uso, la reproducción, la aplicación, con eventualmente la explicación, cada uno siendo objeto de aprendizaje sobre el mismo modelo: la repetición y en conformidad con el pedido del profesor.

Es evidente sin embargo que ese currículo es sólo un catálogo de posibilidades de uso de los conceptos matemáticos fundamentales en ejercicios elementales, destinados a que se practiquen los conocimientos básicos de la matemática moderna en el aprendizaje de los conocimientos clásicos. Pero sin el apoyo ulterior de las palabras precisas, exactas y estables, en el momento oportuno, todo esto no constituirá un currículo viable. Los procesos de aprendizaje sugeridos en la obra tienen algo de adiestramiento animal debido a la insistencia puesta en situaciones no verbales. Pero no está indicado, sobre todo con niños, enseñar una lengua nueva comenzando por la gramática antes de enseñarles expresiones y palabras. Las intenciones que expongo allí no se contentaban con este cumplimiento. Sin embargo, ya sabía que no sería posible realizar la transición sin desarrollar un cuerpo específico de conocimientos teóricos y experimentales.

El proyecto de concebir un currículo satisfactorio, de probarlo en algunas clases y luego de desarrollarlo directamente en la enseñanza real me parecía dar cuenta de una pretensión extravagante y de una incompetencia increíble. Era necesario adquirir conocimientos precisos y reconocidos de las prácticas de los docentes. No se podía intentar obtenerlos por observaciones antropológicas de los docentes y de los aprendizajes escolares.

Es probablemente por esto que pude convencer a Lichnerowicz cuando le presenté la maqueta de este libro.

II

Las continuidades

Experiencias y trabajos inspirados en este esquema

Por lo que sé, una sola maestra intentó seriamente realizar esta serie de ejercicios con sus alumnos, presionada por su inspector y a mis espaldas. Un poco tímida pero segura, me reveló después que había encontrado esta tarea interesante pero totalmente imposible. Muy afectado, sorprendido y sobre todo un poco confundido, le confesé mi estratagema. Pero le aseguré que sus esfuerzos no serían vanos y que intentaríamos hacer un verdadero currículo aplicando estas ideas. Lo hice en dos oportunidades:

1. El esquema de esta "obra" fue explicitado (esta vez) en un proyecto de currículo[6], reorganizado, comentado, escrito, por sus cuatro autores y puesto en práctica muy libremente por un grupo de maestras dirigidas por Y. Lamoureux, Inspectora de nivel inicial de Lot y Garonne y por su consejera pedagógica J. Marinières, bajo la conducción atenta de Lucienne Félix. Ella recogió y redactó lo esencial de las realizaciones originales –a veces muy alejadas del proyecto, pero muy interesantes- y de las observaciones de esas maestras[7]. Hachette publicó el resultado de nuestro trabajo.
2. Luego, algunas ideas presentes en este recorrido esquemático fueron retomadas a comienzos de los años 70 en el marco de una investigación sobre la dependencia entre los aprendizajes. Realicé un nuevo currículo que Gérard Deramecourt, profesor de Matemáticas en la Escuela Normal de Périgueux, estudió y realizó en treinta clases de primer grado. Los docentes aceptaron comunicar el número de logros y de fracasos por clase (y no por alumno) en los ejercicios propuestos. Con este escaso material de 30 datos por lección, intenté observar la matriz triangular de las interacciones entre situaciones de categorías diferentes pero relativas a un mismo conocimiento en el curso de una secuencia de situaciones de acción, de comunicación y de explicación. Sin esperanza de obtener una respuesta contundente, se improvisó un rudimentario método estadístico sin un real fundamento teórico: observamos colecciones de pares ordenados de lecciones del mismo tipo -por ejemplo "acción-formulación", "formulación-explicación"- "explicación-aplicación". Si el número de casilleros donde el coeficiente de correlación era significativo (él mismo parecía "increíblemente" grande o pequeño), concluíamos en la influencia del antecedente en el ulterior. Nada de convincente evidentemente (efectivos no paramétricos)…
Había que crear instrumentos de análisis apropiados (este fue el análisis implicativo de R. Gras, en los años 80). Teníamos medios de análisis multifactoriales ciertamente más convincentes, pero que no se adaptaban a nuestro tipo de datos.

---

[6] G. Brousseau, L. Félix, « Première mathématique. Mathématique et thèmes d'activité » Classiques Hachette 1972.

[7] G. Brousseau, L. Félix, « Première mathématique. Mathématique et thèmes d'activité » Classiques Hachette 1972 Sur ce site cliquez sur :
Ces deux ouvrages sont accessibles sur le site : http://guy-brousseau.com/2950/premiere-mathematique-1972/ **avec un commentaire de 2014**

Todas estas experiencias no estaban destinadas a ser desarrolladas en las clases pero nos permitieron probar la posibilidad de obtener aprendizajes con el tipo de lecciones previstas. Las conclusiones que se obtuvieron de estas tentativas fueron muy útiles en la concepción del COREM donde debían desarrollarse operaciones mucho más precisas, ambiciosas y mejor enmarcadas. Volvamos al texto y examinemos de cerca qué había de provocador y sin embargo de razonable en la reflexión.

III

Nociones de Didáctica

A. Los primeros «fenómenos» de la futura «teoría de las situaciones»

a) La noción de situación

Esta noción ya está claramente propuesta como elemento esencial de la relación didáctica, por más que esté ilustrada por varios tipos de ejemplos desordenados. Explica y justifica para el observador, la puesta en práctica por el alumno de una acción “original” para él y que es específica de este conocimiento. Hay que remarcar la particularidad de la mirada sobre esta acción: la situación es específica de un conocimiento e independiente a priori del sujeto que la afronta. Se trata de un sujeto epistémico provisto de los medios de su edad y de sus condiciones. La comparación de las relaciones de este sujeto epistémico con los resultados de sujetos reales es uno de los objetos directos de las investigaciones experimentales en Didáctica de las Matemáticas. En un principio, es la situación la que convoca y justifica el libre accionar verbalizado o no del alumno, por fuera de cualquier presión o de cualquier solicitud verbal. Pronto la noción de “situación” se extenderá a otras estructuras (técnicas, sociales…) apropiadas a diferentes tipos de interacciones: descripciones, expresiones, o argumentaciones… y de interlocutores: competidores, cooperadores, docentes, etc. Esta clasificación tiene por objeto delimitar y justificar lo mejor posible las posibilidades de las acciones de los alumnos y de las condiciones que las hacen más o menos probables, correctas o erróneas. Esta clasificación de las situaciones como modelos para la descripción y la previsión de las evoluciones de las interacciones didácticas o cognitivas fue presentada en 1970 a la Asociación de Profesores de Matemáticas de Enseñanza Pública que lo publicará en 1972[8].

b) El dominio de mayor eficacia de un conocimiento en una clase de situaciones

Desde esta época, se puede discernir las conclusiones de una reflexión sobre los “***nichos***” favorables a un “conocimiento” determinado. Los valores límites de las variables de una situación dada determinan una zona (tal vez vacía) en la que este conocimiento tiene mejor eficiencia que en cualquier otra.

[8] G. Brousseau, Processus de mathématisation 428-442 et un exemple de processus de mathématisation: l’addition des naturels, 443-457, *La mathématique à l’école élémentaire*, Association des Professeurs de Mathématiques de l’Enseignement Public, 1972, http://guy-brousseau.com/952/processus-de-mathematisation/

Por ejemplo, al contar, cero no tiene sentido, y en las mediciones o enumeraciones, 1 solo tampoco, porque para “hacer número” es necesario ¡al menos dos! Dos, tres, cuatro son adjetivos que distinguen directamente “formas” visualmente identificables (hasta siete, en circunstancias favorables). Este reconocimiento directo de los números es aprendido por los alumnos bajo formas muy diferentes. Ellos los inventarían en su “diccionario” personal (ejemplo de la página 37 para el número 6)… no hay ni obligación ni prohibición de utilizar el conteo: el dominio de reconocimiento directo utilizado en el libro es el intervalo [1-5].

Mostraremos más tarde

- Que ciertos nichos pueden constituirse en obstáculo epistemológico, psicológico o didáctico en el sentido que la solución de un problema, imperfecta pero cómoda en un campo elemental y reducido, puede volver más difícil y menos eficiente el uso de una concepción más satisfactoria pero general.
- Que ninguna situación es óptima en todos los valores de sus variables y entonces que existen situaciones más económicas en casos particulares.
- Que ningún método didáctico en matemática es universalmente y uniformemente mejor que cualquier otro en todas las situaciones concebibles.
- La búsqueda “del” mejor método no tiene sentido. El objeto de estudio de las situaciones es primero ***observar*** correcta y respetuosamente, las acciones de enseñanza, ***comprender*** las particularidades y determinar las variables que delimitan el campo de validez de estas acciones, ***concibiendo*** y estudiando las elecciones alternativas y ***realizando*** proyectos válidos, probados y adaptados.

c) El salto de complejidad

Esta secuencia se acaba en la página 33 donde un nuevo nicho comienza: los números se pueden designar tanto por una suma como por su nombre canónico. Los alumnos se encuentran con colecciones de 9 (p. 33), luego de 11 (p. 34), sin conocer ni 7 ni 8. El conteo directo no puede entonces ser utilizado (oficialmente), además no se trata de contar sino de comparar con correspondencias término a término. Las cantidades serán reconocidas y definidas, primero por correspondencia con una colección de referencia, pero pronto por sumas (de la página 39 a la página 49), y finalmente por su lugar en un recitado, o por acomodarlos en circuitos con flechas (p. 35). La enumeración se efectúa entonces sobre la partición de un conjunto en colecciones que ya se sabe contar. El resultado es una suma. Pasar de 5 a 9 u 11 constituye “un salto de complejidad”. Este salto disuade implícitamente a los alumnos de prolongar una técnica de conteo fuera de su dominio de mayor eficacia (el reconocimiento directo) y justifica la búsqueda y la utilización de otra (una suma). El conocimiento de las propiedades de las sumas se estudia hasta la página 50 donde se introduce una “adivinanza” ¡preludio de una próxima manipulación algebraica de los números! El libro se detiene antes que se aborde el nicho de la multiplicación por un salto más allá de 25… Más vale no abordar un nuevo nicho por sus bordes, sino más bien por su centro a fin de que la nueva técnica sea realmente más ventajosa en relación a la antigua. Pero la exploración de los bordes deberá completarse.

El conteo no está absolutamente excluido, aparece sólo progresivamente como un medio "privado" para el control, si se sabe usarlo. El aprendizaje del conteo pierde un poco su lugar oficial como medio de referencia, pero la práctica le devuelve luego ampliamente su lugar. El conteo mantiene su valor por nombrar los números en la enumeración, pero su prolongación más allá de once se vuelve cada vez más pesada y costosa hasta treinta o cuarenta, cuando la lectura decimal reducirá la apelación de los números. La proliferación de las escrituras de un mismo número se convierte rápidamente en una dificultad. Más adelante vendrá el nicho de la multiplicación, la de la denominación decimal comenzará desde 30…

d) Una definición moderna de los precios como clases de equivalencia

Las maneras de realizar los precios con las monedas eran, en esa época, otro conocimiento básico para los niños, un poco más complejo, no para calcular pero sí para concebir. Se les vendían directamente golosinas en pequeñas cantidades en los kioscos: dos dulces, tres caramelos… Esta situación no convendrá más hoy donde las monedas materiales no juegan más que un rol marginal. De todos modos, la venta directa de golosinas a los niños felizmente desapareció.

Los alumnos utilizaron hasta acá cajas para hacer clasificaciones, en particular clasificaciones de cantidades (el número era el nombre de la caja). Las cajas retoman acá su función, pero son los objetos o las cantidades de golosinas *vendidas* al mismo precio los que se reagrupan en una misma caja, sobre la cual figura esta vez no el número sino el precio de esos objetos (de todos modos ficticios, debido a las devaluaciones). Un precio determinaba una clase de objetos intercambiables (todo a 1 centavo, a 2 centavos, a 5 centavos o francos, etc.). La suma en efectivo era uno de los objetos de la caja, equivalente a los otros, (pero no comestible). El juego consiste en intercambiar montones, pero ¿cómo pagar los intercambios de objetos de precios diferentes? El rol de la moneda y de sus adiciones debía aparecer claramente para pagar los intercambios en referencia a los números escritos en la caja.

e) Conceptos matemáticos diversos

El estudio de las "*ecuaciones*" concluye (pp. 50-55) con la búsqueda de un número desconocido (oculto en una bolsa) llamado X. El estudio de una *función*: la representación de la operación "agregar 5" (p. 58) introduce el gráfico de un objeto matemático. Este último será reconocido por los alumnos como "una función" mucho más tarde. Las flechas de la p. 59 representan un conjunto de imágenes de un mismo número para varias funciones. Este tipo de representaciones tenía un futuro menos grandioso. La página 61 preparaba la exploración directa de la numeración de posición y la relación de orden que se le asocia.

f) El orden de los ejercicios, el de la progresión de las ideas

La iniciación a cada una de las prácticas enseñadas era cuidadosamente ubicada en el momento en el que era útil y concebible con lo que había sido introducido previamente.

B. Los primeros elementos de conocimientos sobre las situaciones

a) Los aprendizajes escolares clásicos

Estos aprendizajes combinan tradicionalmente dos modelos: a) Primero el aprendizaje de los conocimientos a través de los **textos** convenidos que los expresan (la enseñanza es un proyecto social que se expresa y se comunica por textos). Esos textos sirven de modelos generales y de justificación a los comportamientos particulares en la mira en circunstancias indeterminadas b) luego el aprendizaje directo de los **comportamientos** por la repetición de ciertas condiciones determinadas, voluntariamente o no.
Sin embargo con una restricción: el segundo (la enseñanza de los comportamientos) sólo es legítimo si respeta el primero (la enseñanza de su razón de ser): sólo se debe provocar comportamientos conformes a los textos.
La organización estándar de los textos matemáticos sigue esta regla porque apunta solamente a comunicar la información “suficiente” y mínima y la posibilidad de control de la validez. Las *definiciones* preceden a los enunciados de los *teoremas* que precisan las condiciones de su validez, los cuales preceden a las *pruebas*. El único medio para combatir la insuficiencia de *información,* si está ausente, es una información suplementaria, una expansión de la demostración.
La enseñanza clásica de las matemáticas consiste en exponer los teoremas principales y hacer que los alumnos establezcan ellos mismos, teoremas menores y similares. Dicho de otro modo, hacer se utilice el objeto de la enseñanza de manera repetida. Pero el uso repetido no produce ni evoca verdaderamente la razón de ser del conocimiento enseñado: la práctica matemática que se da a conocer disimula su razón de ser matemática y no deja percibir nada a los alumnos.
¡Así los dos modelos se basan a menudo en una práctica conductista del aprendizaje a través de la enseñanza del texto convenido! El texto se enseña y se aprende como una condición necesaria y suficiente del aprendizaje en la mira. Ahora bien los que producen los textos de matemáticas no lo hacen de esta manera: los textos son las conclusiones de su trabajo y no sus prolegómenos. Así la práctica de las matemáticas en sí misma sigue procesos muy diferentes.

Algo le falta irremediablemente a esta concepción clásica: descuida la condición esencial y específica de la relación de un sujeto vivo con un conocimiento nuevo para él. Para sostener esta declaración singular, hay que crear, y mostrar la existencia de condiciones de aprendizajes y de enseñanzas diferentes.

b) El desarrollo psico-cognitivo y el aprendizaje de la lengua materna no siguen este esquema. Antes y dominando el verbo, existe un pensamiento en devenir, diferente, que se manifiesta esencialmente por actos y que evoluciona diferentemente según las interacciones del sujeto con sus congéneres y con los medios donde vive. El modelo conductista deja lugar entonces a un modelo más complejo y más flexible: condiciones, intenciones, acciones, efectos sobre el medio, adaptación… y el educador es reemplazado por un conjunto de condiciones y de actores diversos, un medio al que el niño debe adaptarse. Ahora bien, el texto tradicional va a perder su legitimidad y va a ser profundamente modificado, mientras que el nuevo texto está sólo al alcance de un puñado de individuos. La constitución, la difusión y la aceptación de un nuevo “texto de base” va a ser un proceso largo y azaroso. De este modo, los nuevos conceptos fundamentales parecen ser justamente la prolongación de aquellos que el niño elabora espontáneamente en el transcurso de su desarrollo.

c) ¿Aprender las matemáticas directamente como un lenguaje de uso?

¿Por qué entonces no se evita, cuando se justifica, el rodeo del texto y el discurso de la enseñanza tradicional introduciendo directamente el uso de los conceptos del lenguaje matemático, sin pasar por la enseñanza tradicional del metalenguaje clásico y por métodos estereotipados que no tienen en cuenta la especificidad de cada saber?

El lenguaje matemático es el que permite expresar mejor algunos objetos y algunas relaciones. Pero los niños son capaces de invertir directamente algunas situaciones sin pasar por la cultura ni por la descripción lingüística. Los dispositivos experimentales de Piaget revelan los conocimientos de naturaleza lógico-matemática desarrollados espontáneamente por los niños. ¿Dispositivos del mismo tipo no serían capaces de hacer que evolucionen estos conocimientos y de que los niños adquieran otros nuevos? ¿Podríamos llegar a privarnos del discurso matemático, es decir de la combinación del lenguaje matemático formal y de su metalenguaje educativo, y enseñar directamente el uso del lenguaje matemático, o al menos sus expresiones principales?

Tal es, despojado de perversiones verbales, el desafío propuesto por este libro. La sequedad de este esquema está suavizada por algunos procedimientos retóricos *implícitos*: gestos, ejemplos, comparaciones, representaciones (metáforas y metonimias).

d) Las condiciones límites de una experiencia en pedagogía de las matemáticas

Las condiciones de realización de tal programa surgían evidentemente de mis conocimientos de la época. Pero me dediqué durante más de cuarenta años a demostrar la necesidad teórica y la posibilidad concreta de condiciones iniciales. La evolución de las sociedades y de la economía no permitió a esta línea de investigación, aunque dinámica, desarrollar condiciones suficientes. Hoy, la formación en Didáctica se confunde en la Universidad con la formación de profesores, de donde **la observación antropológica y experimental de las comunidades didácticas** ha desaparecido, y a fortiori el estudio de los conocimientos y los medios de investigación sobre la observación científica de los docentes.

Los únicos responsables legítimos de la Ciencia Didáctica son, en última instancia, las comunidades de matemáticos. Su liberación en los años 80, la ubicó casi en todas partes en manos totalmente ilegítimas, cualquiera sea la buena voluntad y la competencia personal de los interesados.

La enseñanza hoy día está ubicada bajo el control de profesionales estadísticos inocentes que hacen creer que las informaciones estadísticas que ellos establecen y difunden sin consideración ¡podrían ser útiles a los sistemas de decisión que controlan la enseñanza! Esta práctica viola y hace violar eficazmente todas las condiciones éticas y deontológicas de las sociedades humanas.

Para terminar con estos comentarios un poco erráticos, a algunos les parecerá una idea absurda y grandilocuente que aproxime de manera tan incómoda la evocación de mis comienzos modestos y torpes con este problema desapercibido pero persistente que aparece en nuestras grandes sociedades mercantilistas y que es ignorado. Pero no puedo hacer otra cosa que confiar mis papelitos a los vientos caprichosos de la red.

******

Guy Brousseau, julio de 2015

Mabel Aguilar, Traductora de francés mabel_aguilar@hotmail.com
Dilma Fregona, Doctora en didáctica de las matemáticas fregona@famaf.unc.edu.ar